

La construction du nombre au cycle 1



Vanessa MANO - *EMF – Arras 4*
Sébastien CUPIN - *CPC - Arras 4*

Plan

Introduction : Apports de la recherche

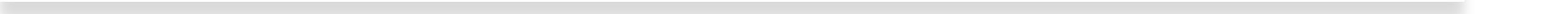
- 1- Les programmes d'enseignement de l'école maternelle (PEEM)
- 2- Comment varier les situations d'apprentissage de la comptine numérique orale ?
- 3- Construire le nombre pour exprimer une quantité
- 4- L'importance des décompositions et recompositions
- 5- Mise en activité
- 6- Quelques ressources supplémentaires
- 7- Conclusion





Introduction : Les apports de la recherche

De l'approximatif au précis, les débuts du symbolique...



Les apports de la recherche

Psychologie cognitive du développement



« Sujet » cognitif



Processus
d'apprentissage

La didactique des mathématiques



« Elève »



Itinéraires cognitifs
(progressions)



Cheminement
cognitif



Pratiques enseignantes

Apports de la recherche
internationale sur les
inégalités

Apport des neuro-sciences sur l'intuition numérique

Stanislas Dehaene,
Véronique Izard

Nous possédons dès la naissance la faculté de percevoir **le sens des nombres** et d'avoir **une impression immédiate des quantités** (caractère inné).

2 expériences :

- **1^{ère} expérience** : en présentant à des bébés de moins de 3 mois une succession d'images représentant une certaine quantité d'objets (4 canards, 8 canards), on enregistre une modification de l'activité cérébrale, attestant la perception intuitive des différences de quantités
- **2^{ème} expérience**, : en faisant entendre une répétition de syllabes puis en montrant une image illustrant une quantité d'objets correspondant ou non au nombre de syllabes énoncées, les nouveaux nés fixent beaucoup plus longtemps les images lorsque les quantités correspondent

L'intuition numérique est universelle : on la retrouve dans certaines sociétés humaines dans lesquelles il n'y a pas d'enseignement des mathématiques, ou de mots pour exprimer des quantités.

Psychologie cognitive du développement



Michel Fayol

Intuitions innées, ou habiletés de base précoces

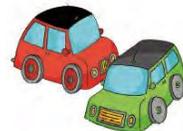
« Existence d'intuitions innées qui guideraient l'enfant dans ses apprentissages et ses acquisitions ultérieures »

Perception des grandeurs et des quantités

capables de différencier
une quantité
de **un, deux, et trois**



capables de **discriminer**
de **grandes quantités** et
grandeurs



Psychologie cognitive du développement



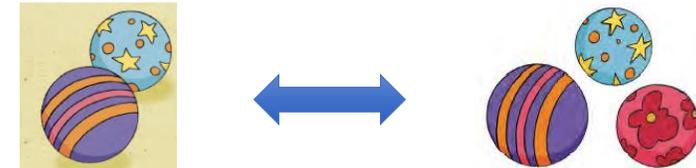
Michel Fayol

Capacités de base

Cette capacité de base permettrait:



Une **estimation approximative**
et une **comparaison** rapide des
quantités et grandeur



La **perception**
d'ajouts et de retraits
et leurs effets

Inégalités

Différences interindividuelles

Les apports de la recherche

D'importantes différences à l'entrée à l'école maternelle

- La **discrimination précise** des petits ensembles de 1 à 3
- La discrimination approximative des grandes quantités (4 et plus)
- Une connaissance hésitante des premiers noms de nombres

De l'approximatif au précis, les débuts du symbolique...



Michel Fayol

Psychologie cognitive du développement

Les enjeux pour réduire les inégalités

d'un traitement intuitif et approximatif

Favoriser le **passage**

des grandeurs et des quantités

à un traitement précis

De l'intuition des **grandeurs et des quantités**

aux **nombre**s naturels

De l'approximatif au précis, les débuts du symbolique...



Michel Fayol

Le rôle du langage, des systèmes symboliques

L'approximation s'améliore en fonction de

- l'âge (le développement)
- l'environnement

Constat

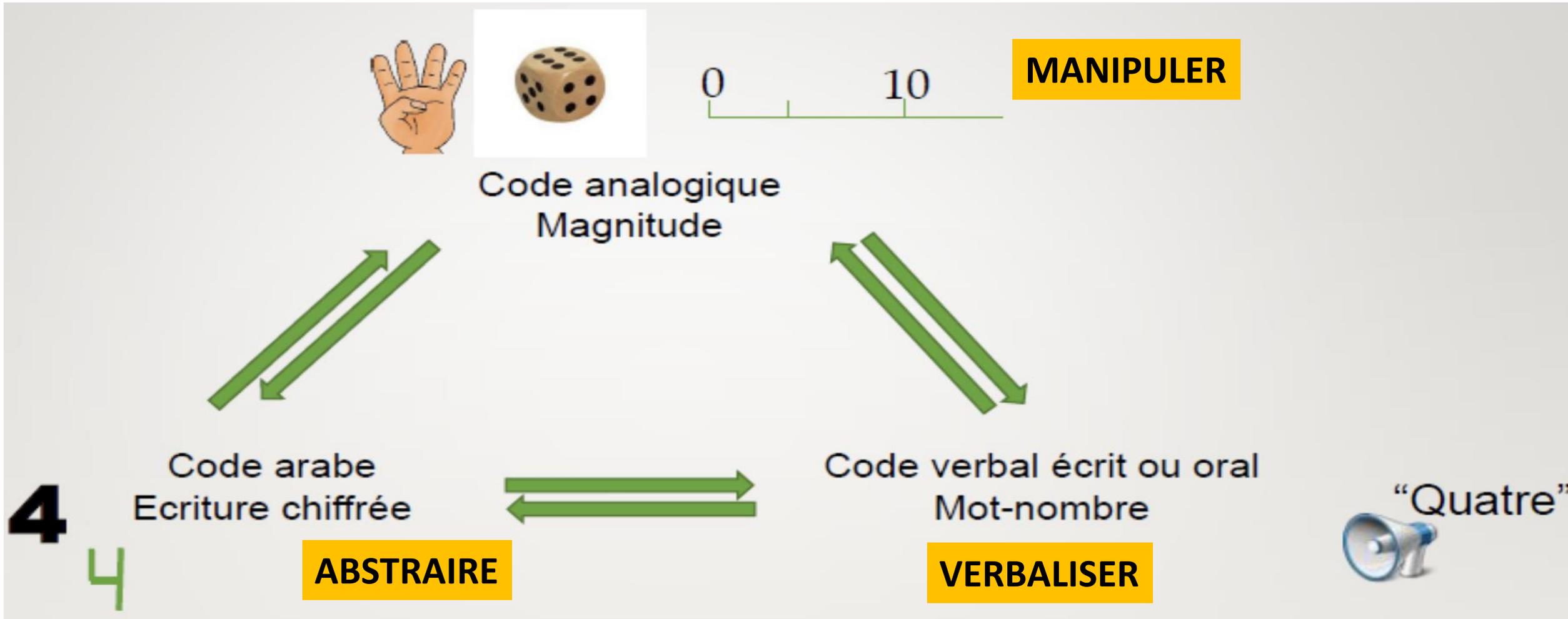
- l'apprentissage du nom des nombres
- le dénombrement

VERBALISER

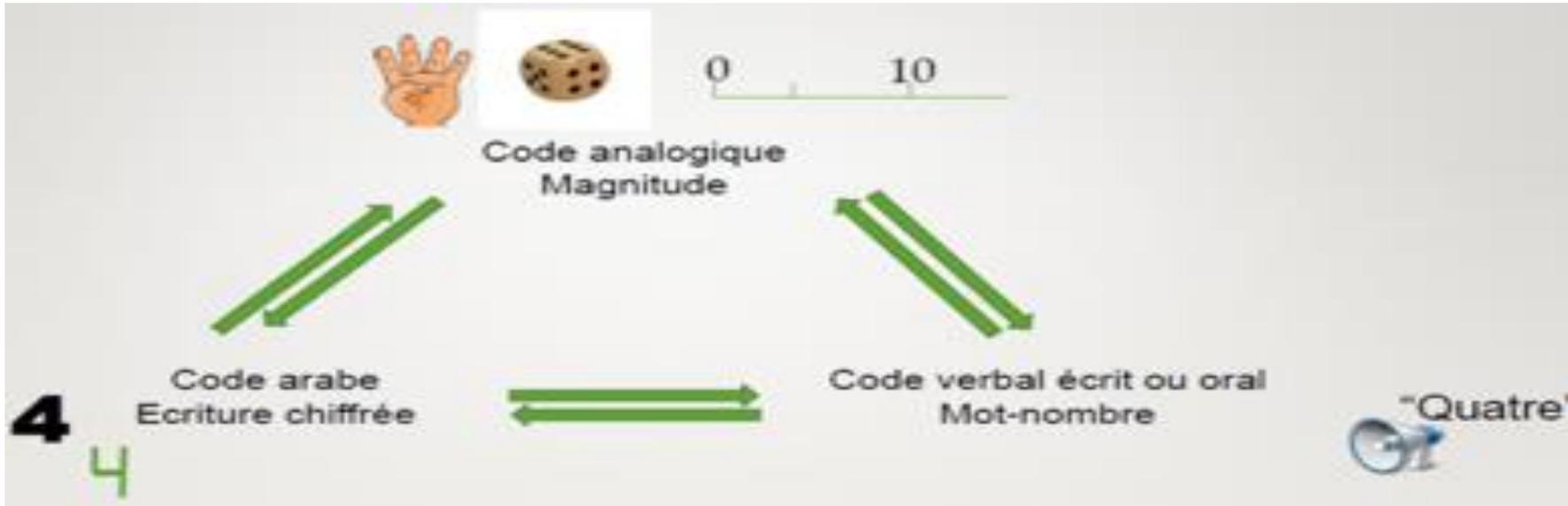
évolution plus
complexe

La construction du nombre s'appuie sur

Le triple code (DEHAENE)



La construction du nombre



Chez les jeunes enfants, ces apprentissages

se développent en parallèle avant de pouvoir se coordonner

l'enfant peut, par exemple:

- savoir réciter assez loin la comptine numérique
- sans savoir l'utiliser pour dénombrer une collection.

A retenir de cette introduction



Michel Fayol

Un résultat:

L'intuition des grandeurs et des quantités numériques

- Se développe très tôt
- S'améliore au cours de la période préscolaire et continue d'évoluer après les débuts de l'enseignement scolaire
- Il existe d'emblée des différences interindividuelles importantes (Lautrey)



**Programme
d'enseignement
de l'école
maternelle
(PEEM)**

Connaitre les recommandations
institutionnelles et les éléments de
didactique des mathématiques



En
maternelle,
dans les
nouveaux
programmes

Un nouveau domaine d'apprentissage : **Construire les premiers outils pour structurer sa pensée**

- Construire le nombre pour exprimer les quantités
 - D'abord **l'estimation** (plus, moins, pareil, beaucoup)
 - De l'apparence à la prise en compte des quantités
 - Comprendre le principe **d'abstraction**
 - Ne pas oublier décompositions et recompositions
 - **Progressivité**: les trois années peuvent être insuffisantes

Page 16

L'école maternelle doit conduire progressivement chacun à comprendre que les nombres permettent à la fois d'exprimer des quantités (**usage cardinal**) et d'exprimer un rang ou une position dans une liste (**usage ordinal**). Cet apprentissage demande **du temps** et la confrontation à **de nombreuses situations** impliquant des activités pré-numériques puis numériques. Il nécessite un **enseignement structuré, pendant toute la durée du cycle 1**, afin qu'à l'issue de l'école maternelle les connaissances et compétences acquises forment un socle solide sur lequel appuyer les apprentissages ultérieurs.

Points de vigilance

Nombreuses situations ?

- **Choix d'une situation** de référence – à faire varier pour faire évoluer les connaissances – notion d'adaptation et de variables didactiques

L'élève (même s'il a réussi) doit être confronté de nombreuses fois à la **même situation**.

Page 16

Les situations d'apprentissage sont travaillées autant que nécessaire, et les contextes sont variés, pour que les élèves, **en particulier les plus jeunes**, qui ne saisissent pas tout de suite l'ensemble des contraintes liées à une situation, puissent s'en emparer. La **répétition** des situations, en proposant éventuellement des **évolutions**, leur permet de mieux en comprendre les enjeux, d'y investir et réinvestir des procédures dont ils pourront éprouver l'efficacité.

- **Notion de situation de référence, à répéter, à faire évoluer, en mobilisant les variables et les contraintes**
- **Effet d'une variable didactique: faire évoluer les procédures des élèves vers des procédures plus efficaces**

Construire le nombre pour exprimer les quantités

Si les enfants peuvent appréhender la quantité par **la perception** (plus, moins, pareil, beaucoup, pas beaucoup), il leur faut aussi progressivement comprendre que les nombres servent à **décrire et mémoriser les quantités**. De plus, il leur faut comprendre que les nombres obéissent à une logique particulière : le nombre change lorsqu'on ajoute ou retire un objet, il ne change pas lorsqu'on remplace un objet par un autre.

La **comparaison des collections** et la **production d'une collection de même cardinal qu'une autre** sont des activités essentielles pour l'apprentissage du nombre. L'apprentissage de la notion de nombre se fait progressivement, l'enfant commençant par être en mesure de produire une collection d'un ou deux éléments lorsque cela lui est demandé, avant de pouvoir produire une collection de trois puis quatre éléments. **Vers l'âge de quatre ans**, les enfants commencent à comprendre et utiliser des nombres plus grands. Le nombre en tant qu'outil de mesure de la quantité est **stabilisé quand** l'enfant peut l'associer à une collection, quels qu'en soient la nature, la taille des éléments et l'espace occupé : cinq permet indistinctement de désigner cinq fourmis, cinq cubes ou cinq éléphants ou une collection de cinq objets différents les uns des autres.

Notion de COLLECTION d'objets

Page 16

Utiliser le nombre pour résoudre des problèmes

Dès la petite section et tout au long du cycle 1, l'enseignant propose très fréquemment des situations problèmes concrètes dans lesquelles la réponse n'est pas immédiatement disponible pour les élèves. Les situations proposées sont construites de manière à faire apparaître le **nombre comme utile pour anticiper le résultat d'une action sur des quantités (augmentation, diminution, réunion, distribution, partage) ou sur des positions** (déplacements en avant ou en arrière). Il peut s'agir, par exemple, de trouver une quantité donnée d'objets ou de trouver le nombre nécessaire d'objets pour compléter une collection (par exemple, dans le jeu de la marchande : « J'en veux 6 et pour l'instant j'en ai 2 »).

Les activités proposées donnent lieu à des **questionnements** qui invitent à **anticiper, choisir, décider, essayer, recommencer**, se demander si la réponse obtenue convient et comment le vérifier.

Page 16

Outre l'usage du nombre pour exprimer des quantités, pour désigner un rang ou une position, il convient de **construire et de stabiliser la connaissance des petits nombres.** L'enseignant favorise le développement très progressif de la construction de la notion de nombre **dès la petite section et tout au long du cycle 1**, en proposant de manière fréquente et régulière des situations de **résolution de problèmes** mettant en jeu des nombres. Cette construction ne saurait se confondre avec celle de la numération et des opérations qui relèvent des apprentissages de l'école élémentaire.

Notion d'adaptation à une situation – apprendre par la résolution de problème

Grâce à la pratique régulière d'exercices de passage d'un nombre à un autre, (dans des jeux), les enseignants encouragent les élèves à comprendre que les **nombre**s consécutifs sont liés par l'itération de l'unité (trois, c'est deux et encore un). Au départ, l'accent est mis sur les tout petits nombres de 1 à 4. **Après quatre ans**, les activités de décomposition et recombinaison s'exercent sur des quantités jusqu'à dix.

Notion de COLLECTION d'objets, itérations de L'UNITÉ, décomposition et recombinaison

« Deux cubes et encore un cube, ça fait trois cubes » « Deux doigts et encore un doigt, ça fait 3 doigts »

L'itération de l'unité se construit **progressivement**, et pour chaque nombre.

Page 16

Dénombrer

Une grande attention doit être portée aux activités de dénombrement pour que soit évité le « comptage-numérotage ». Elles doivent faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que **chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée**. Ainsi, par exemple, pour des éléments déplaçables, « trois » est dit seulement au moment où l'élément pointé rejoint les deux précédents pour former ainsi une collection de trois. Les enfants doivent comprendre que toute quantité s'obtient en ajoutant un à la quantité précédente (ou en enlevant un à la quantité supérieure) et que sa dénomination s'obtient en avançant ou en reculant de une unité dans la suite des noms de nombres.

➤ **Prévenir les difficultés des élèves : les procédures à enseigner**

Page 16

Pour dénombrer une collection d'objets, l'enfant doit être en mesure lors du dénombrement de **synchroniser la récitation** de la suite des mots-nombres **avec le pointage** des objets à dénombrer, en pointant chaque élément une seule fois et sans en oublier aucun. Cette capacité d'énumération **doit être enseignée** selon différentes modalités en faisant varier la nature des collections et leur organisation spatiale car les stratégies ne sont pas les mêmes selon que les objets sont déplaçables ou non (mettre dans une boîte, poser sur une autre table), et selon leur disposition (collection organisée dans l'espace ou non, collection organisée alignée sur une feuille ou pas).

Mots clés en lien avec la didactique

Comparer

Utiliser des symboles pour communiquer

Modification de la disposition spatiale

Ajouter un au nombre précédent

4.1.2. Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

- Évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques (perception immédiate, correspondance terme à terme, etc.).
- Réaliser une collection dont le cardinal est compris entre 1 et 10.
- Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée (quantités inférieures ou égales à 10).
- Utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions.
- Mobiliser des symboles analogiques (constellations, doigts), verbaux (mots-nombres) ou écrits (en chiffres), pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité, jusqu'à 10 au moins.
- Avoir compris que le cardinal ne change pas si on modifie la disposition spatiale ou la nature des éléments.
- Avoir compris que tout nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent et que cela correspond à l'ajout d'une unité à la quantité précédente.
- Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales.
- Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.
- Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.
- Dire la suite des nombres jusqu'à trente. Dire la suite des nombres à partir d'un nombre donné (entre 1 et 30).
- Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à 10.
- Commencer à écrire les nombres en chiffres jusqu'à 10.
- Commencer à comparer deux nombres inférieurs ou égaux à 10 écrits en chiffres.
- Commencer à positionner des nombres les uns par rapport aux autres et à compléter une bande numérique lacunaire (les nombres en jeu sont inférieurs ou égaux à 10).
- Commencer à résoudre des problèmes de composition de deux collections, d'ajout ou de retrait, de produit ou de partage (les nombres en jeu sont tous inférieurs ou égaux à 10).

Quelques repères concernant les apprentissages sur le nombre à la maternelle

Le tableau suivant donne, pour chacun des champs proposés, une progression des savoir-faire telle qu'on peut, dans la plupart des cas, l'observer, et donc sur laquelle les enseignants peuvent s'appuyer pour évaluer où en est l'élève, et proposer des tâches d'ancrage, de renforcement, ou de nouvelles tâches. La référence choisie est un élève d'âge moyen (né le 1^{er} juillet). Néanmoins, en début de scolarité, la différence d'âge, l'environnement préscolaire ou les différences de maturité interindividuelles peuvent avoir des incidences importantes. Certains élèves peuvent ainsi dépasser les repères proposés et ils doivent y être encouragés. D'autres élèves, au contraire, plus jeunes, ou moins soutenus hors de l'école dans leurs premiers apprentissages, peuvent atteindre ces repères au premier trimestre de l'année suivante seulement, malgré un accompagnement renforcé en classe. Ces élèves ne doivent pas être considérés comme en difficulté et un retour négatif ne doit pas être renvoyé, à eux et à leur famille.

1. Le nombre

âge	3 ans		4 ans		5 ans		6 ans	
	Avant l'école	PS	MS	MS	GS	GS	CP	CP
Cardinalité	Perception immédiate de petites quantités : L'enfant donne 1 ou 2 éléments quand ceux-ci lui sont demandés, éventuellement 3.	L'enfant produit des collections 1, 2, 3 puis 4 éléments lorsque cela lui est demandé en s'appuyant sur la perception immédiate ou sur la décomposition (2 et 2 font 4) de ces nombres. La perception immédiate s'étend à un dénombrement immédiat pour des collections de 5 ou 6 éléments sans comptage grâce à des configurations reconnues (le 5 du dé) ou des recompositions rapides (4 et 1 font 5). L'enfant rencontre les différentes décompositions des nombres jusqu'à 4 puis éventuellement 5 et 6 et commence à en mémoriser certaines.	L'enfant produit des collections de 3 ou 4 éléments lorsque cela lui est demandé en s'appuyant sur la perception immédiate. Cette compétence s'étend ensuite pour la production de collections plus importantes (5 à 10 éléments) en s'appuyant sur des recompositions ou, pour certains élèves, sur le comptage des éléments. Le dénombrement immédiat s'étend notamment avec les recompositions de 5 avec un nombre entre 1 et 5 (par exemple 5 et 3 font 8). L'enfant mémorise les différentes décompositions de 3, 4, 5 et éventuellement 6.	L'enfant produit des collections de 1 à 10 éléments en s'appuyant selon les cas : - sur une perception immédiate (1 à 4) ; - sur une recomposition (5 et 2 pour faire 7) ; - sur le comptage des éléments. La dizaine est mise en avant et le dénombrement immédiat s'étend notamment avec les recompositions de 10 avec un nombre entre 1 et 10 (par exemple 10 et 3 font 13). L'enfant mémorise les différentes décompositions de 10 puis de 6, 7, 8 et 9. L'enfant rencontre et mémorise quelques décompositions multiplicatives (10 c'est 2 fois 5).	L'enfant détermine le cardinal de collections jusqu'à 100 éléments, par comptage, en s'appuyant sur des paquets de 10.			
Comptine numérique	L'enfant commence à apprendre la comptine numérique (indépendamment de tout comptage), la comptine est stable jusqu'à 5 ou 6.	La comptine numérique s'étend, elle se stabilise jusqu'à 10 et est en construction au-delà. L'enfant sait trouver le nombre avant ou le nombre après un nombre donné.	La comptine numérique s'étend, elle se stabilise jusqu'à 20 et est en construction jusqu'à 30. L'enfant sait dire rapidement le nombre avant ou le nombre après un nombre donné.	La comptine numérique s'étend, elle se stabilise jusqu'à 30 et est en construction au-delà. L'enfant sait dire rapidement le nombre avant ou le nombre après un nombre donné. L'enfant sait compter à partir	La comptine numérique s'étend, elle se stabilise jusqu'à 100. L'enfant peut également compter de 10 en 10. L'enfant sait compter à partir d'un nombre donné.			

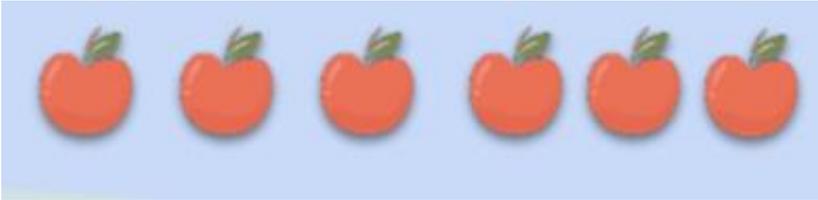
Gelman (1983) :

5 principes qui régissent le comptage :

1. Le principe de suite stable
2. Le principe de correspondance terme à terme
 1. Le principe cardinal
 2. Le principe de non-pertinence de l'ordre
 3. le principe d'abstraction

S'appuyer sur les principes de Gelman pour le **comptage du nombre**

1- Principe de **suite stable**



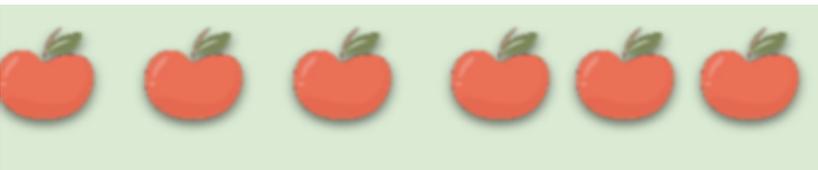
- L'enfant dit la suite des mots nombres **dans le bon ordre.**

2- Principe de **correspondance terme à terme**



- L'enfant **fait correspondre** à chaque élément de la collection un mot nombre.

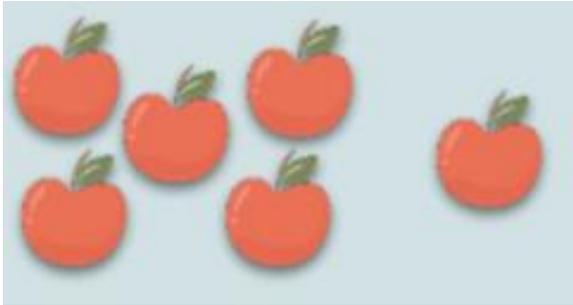
3- Principe **cardinal**



- L'enfant comprend que **le dernier mot nombre** prononcé à la fin d'un dénombrement correspond au cardinal de l'ensemble de la collection.

S'appuyer sur les principes de Gelman pour **le comptage du nombre**

4- Principe **d'indifférence de l'ordre**



- Le cardinal de la collection restera identique quel que soit l'ordre de pointage des éléments de la collection. **Les éléments d'une collection peuvent être comptés dans n'importe quel ordre.**

5- Principe **d'abstraction**



- la collection peut être constituée d'éléments hétérogènes variants. **Toutes sortes d'éléments peuvent être rassemblés et comptés ensemble.**

Gelman (1983)

Pour compter les enfants doivent mettre en œuvre tous les principes **simultanément**, de façon coordonnée, c'est donc par **surcharge** que des erreurs sont commises.



Ainsi l'élève maîtrise le nombre 6 lorsqu'il est capable de:

attribuer le nombre 6 à une collection d'éléments

désigner la quantité par le mot-nombre "6"

écrire et lire le chiffre 6 (voir spécificités liées aux troubles)

savoir que 6 est + que 3 mais - que 8

construire une autre collection de 6 éléments en utilisant des procédures variées mettant en oeuvre par exemple les compléments.



6

Apparition du langage et construction du nombre

- Le nombre permet d'exprimer toute quantité avec précision
- Il permet aussi de garder en mémoire une quantité
- Attention cependant : la récitation de la suite des nombres ne garantit pas, chez un grand nombre d'enfants, la mise en relation avec la valeur cardinale.
- Des difficultés, précoces, liées à l'irrégularité du système français supposée.



Comment varier les situations d'apprentissage de la comptine numérique orale ?

Comment jouer sur les variables didactiques d'une situation ?

Pour quels effets sur les apprentissages des élèves ?

Réciter la comptine de manière collégiale

Mise en activité 1

« Réciter collectivement
la comptine de 1 à 10 »

Quel est l'objectif de
cette situation ?

Quel est l'objectif de cette situation ?

- L'objectif visé est la **mémorisation de la succession des noms des nombres.**
- Il s'agit de renforcer la stabilisation de la suite des mots-nombres



Principes de Gelman :

- **Principe de suite stable : l'enfant dit la suite des mots nombres dans le bon ordre.**
- Principe de correspondance terme à terme : l'enfant fait correspondre à chaque élément de la collection un mot nombre.
- Principe cardinal : l'enfant comprend que le dernier mot nombre prononcé correspond au cardinal de la collection.

Mise en œuvre du jeu du furet



Source : E. Mounier

Mise en activité 2

« Les élèves parlent,
prononcent un mot-nombre,
les uns après les autres »

Quel est l'objectif de cette
variante ?

Sur quoi doit porter
l'attention de l'élève ?

Quel est l'objectif de cette variante ?

Une plus grande attention doit être portée au **nom prononcé précédemment** pour être capable, seul, de **dire le suivant.**

L'enseignant peut aussi vérifier les connaissances de tel ou tel élève et **apporter une aide spécifique** en cas d'échec.

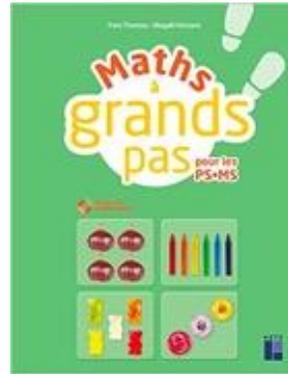
Proposer une variante , une autre manière de réciter la comptine.

Mise en activité 3

« Réciter en commençant par 7 »

Pourquoi ce choix ?

Analyser
un
exemple
de
variante



9 La chanson
des nombres

Niveau de classe PS et MS.
Période À partir de la période 4 en PS ; dès la période 1 en MS.
Organisation Rituel en regroupement.

Présentation de l'activité aux élèves

Aujourd'hui, nous allons dire la chanson des nombres jusqu'à sept.
Je dis et vous répétez.

Sept...
Sept.

Six, sept...
Six, sept.

Cinq, six, sept...
Cinq, six, sept.

Quatre, cinq, six, sept...
Quatre, cinq, six, sept.

Trois, quatre, cinq, six, sept...
Trois, quatre, cinq, six, sept.

Deux, trois, quatre, cinq, six, sept...
Deux, trois, quatre, cinq, six, sept.

Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept...
Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept.

Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept...
Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept.

Encore une fois :
Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept...
Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept.

<https://youtu.be/10zy60qoavE>

Faire varier la manière de réciter la suite des nombres



Source : M. Hersant

- **Pourquoi ce choix ?**
Quels sont les effets de cette variante ?

Précisions sur le déroulement

- Cette façon de présenter la chanson des nombres permet de faire entendre souvent et en premier la partie la plus difficile, celle que les élèves ne connaissent pas encore bien. Si on commence toujours la comptine à partir de « un », l'essentiel du temps est consacré à redire ce qu'on sait déjà. En outre, cette présentation aide à la segmentation de la chaîne orale : commencer parfois à huit indique que "sept-huit" est constitué de deux mots-nombres différents.
- Ce moment de répétition peut être quotidien mais très bref (à peine une minute trente pour l'exemple décrit ici, évidemment un peu plus quand on va plus loin dans la suite des nombres). Dans une classe de PS-MS, on peut profiter du passage aux toilettes des petits avec l'ATSEM pour effectuer ce travail avec les moyens en poursuivant la chanson plus loin qu'on ne le fait avec les petits. Cela permet de marquer auprès des moyens qu'ils savent des choses que les petits ne savent pas, et évite de donner pour les petits une importance exagérée au fait de savoir réciter la comptine des nombres loin.
- Quand l'enseignant veut savoir quelle connaissance de la comptine a un élève, il lui demande de la réciter seul plusieurs fois (en partant de un) et observe jusqu'où la comptine est dite sans erreur à chaque fois.
- La fiche proposée comme trace pour les parents (voir page suivante) est mise à jour au fur et à mesure des progrès de l'élève en coloriant en vert la zone connue. Sur cette fiche figurent les nombres jusqu'à 20 ; cela ne signifie pas qu'il faut enseigner la comptine jusque-là, il s'agit seulement d'indiquer que la comptine se poursuit très loin.

Déplacement de l'attention

Commencer par la partie la plus difficile

Mémorisation

Moments de répétition quotidiens mais très brefs

Variante du furet : furet avec objet-relais



Source : E. Mounier

Mise en activité 4

« L'élève qui vient de dire un nom de nombre donne un objet (un relais) à un autre élève pour lui indiquer que c'est à son tour de prononcer le nom suivant ».

Quel est l'objectif de cette variante ?

Variante du furet : furet avec objet-relais

Quel est l'objectif de cette variante ?

-
- Un **geste** est associé à un seul nom de nombre, ce qui permet de travailler la **synchronisation** des **mots** de la comptine avec les **objets** à dénombrer.



Principes de Gelman:

- . Principe de **suite stable** : l'enfant dit la suite des mots nombres **dans le bon ordre**.
- Principe de **correspondance terme à terme** : l'enfant **fait correspondre** à chaque élément de la collection un mot nombre.
- Principe **cardinal** : l'enfant comprend que le dernier mot nombre prononcé correspond au cardinal de la collection.



Source : E. Mounier

Variante du furet

Mise en activité 5

furet avec un
geste ou un son

Quel est l'objectif de ces
deux variantes ?

Variante du furet : furet avec un geste ou un son



Source : E. Mounier

1- Déroulement de la situation avec un geste :

« Les élèves disent individuellement au fur et à mesure le nom des nombres de la comptine. C'est l'enseignant qui désigne l'élève qui parle avec un geste (par exemple en montrant du doigt). L'enseignant peut ainsi **jouer sur des rythmes** qu'il peut changer: **accélérer, ralentir.** »

2- Déroulement de la situation avec un son :

« L'enseignant peut frapper dans ses mains, ou frapper sur un tambourin. Il peut là encore **jouer sur des rythmes** qu'il peut changer: **accélérer, ralentir.** Les élèves disent collectivement le nom des nombres de la comptine. »

Variante du furet : furet avec un geste ou un son

Mise en activité 5

Quel est l'objectif de ces deux variantes ?

- Cela permet de travailler la la **synchronisation** entre **un mot** de la comptine et **un seul élément**, ce qui est indispensable aux techniques de comptage.



Principes de Gelman:

- Principe de **suite stable** : l'enfant dit la suite des mots nombres **dans le bon ordre**.
- Principe de **correspondance terme à terme** : l'enfant **fait correspondre** à chaque élément de la collection un mot nombre.
- Principe **cardinal** : l'enfant comprend que le dernier mot nombre prononcé correspond au cardinal de la collection.

Variante du furet : faire lever des élèves



Source : E. Mounier

Mise en activité 6
faire lever des élèves

Quel est l'objectif de cette variante ?

Variante du furet : faire lever des élèves



Source : E. Mounier

Mise en activité 6

Déroulement de la situation : tout le monde est assis, en ligne ou en cercle, et à la différence d'un furet classique, chaque élève se lève quand c'est à son tour de prononcer le nom d'un nombre.

De temps en temps, l'enseignant fait arrêter le processus et demande à un élève assis combien il y a d'élèves debout.

La réponse attendue est le dernier mot prononcé.

Variante du furet : furet en lien avec la quantité

Mise en activité 6

Quel est l'objectif de cette variante ?

- L'objectif est que les élèves se rendent compte de la quantité que représente le nom qui vient d'être prononcé. Cette prise de conscience est importante à travailler.

Principes de Gelman :

- Principe de **suite stable** : l'enfant dit la suite des mots nombres **dans le bon ordre**.
- Principe de **correspondance terme à terme** : l'enfant **fait correspondre** à chaque élément de la collection un mot nombre.
- Principe **cardinal** : l'enfant comprend que le dernier mot nombre prononcé correspond au cardinal de la collection.





**Construire le nombre pour
exprimer une quantité**



Construction du nombre

Dans l'apprentissage du nombre à l'école maternelle, il convient de :

- *faire construire le nombre pour exprimer les **quantités**,*
- *stabiliser la connaissance des petits nombres*

L'enseignant favorise le **développement très progressif** de chacune de ces dimensions pour contribuer à la **construction de la notion de nombre**

- Délimitation du domaine d'enseignement du nombre à la maternelle

- Une décision des programmes : sans s'interdire de traiter des nombres plus grands, **assurer la connaissance des nombres jusqu'à dix.**

- Comment découper le savoir à enseigner ?

- Prendre appui sur des **situations de référence**

- **Situations « pré-numériques »**: construction, exploration et **désignation de collections**: l'énumération, le tri, l'ordre.

- **Situation numériques**: **enseignement de la quantité, de la cardinalité et de l'ordinal**, l'exploration de situations de composition: décompositions additives

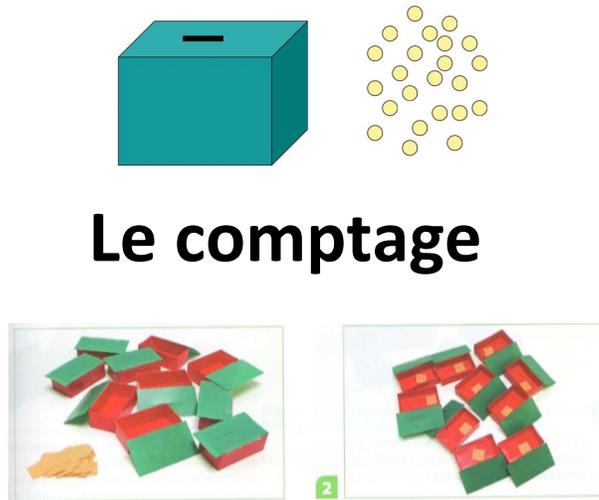
Procédures pour dénombrer une collection

Plusieurs procédures pour dénombrer une collection d'objets :

Le subitizing



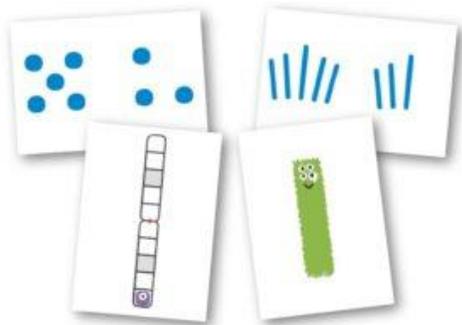
Le comptage



Le calcul



Pour améliorer le code analogique : Le subitizing



- Le subitizing est une compétence innée qui permet la perception exacte et immédiate de petites quantités, de façon intuitive.
- Cette habileté permet de discriminer les quantités jusqu'à 4, grâce à ce que les chercheurs ont appelé le SNP (Système Numérique Précis).
- Développer cette compétence en classe permettrait de faciliter ensuite le comptage de plus grandes quantités.
- **En MS** : les enfants peuvent reconnaître des petites quantités de 1 à 3, soit de manière organisée, soit de manière aléatoire, avec les « cartons-éclairs » de Rémi Brissiaud.

Procédures pour dénombrer une collection



Quelle(s) procédure(s) enseigner ?

Un savoir transparent : l'énumération



Joël Briand

Situation de comptage

« Pour contrôler une situation de comptage, **l'enfant doit faire fonctionner une connaissance (l'énumération)** qui se réfère à l'exploration de la collection et qui conditionne complètement le bon déroulement de l'activité. [...] »

- Vidéo

Un savoir transparent: l'énumération

« Enumérer une collection consiste à en traiter chaque élément une fois et une seule. »

- Pour **dénombrer par comptage** les éléments d'une collection finie:

1-Etre capable de distinguer deux éléments différents d'un ensemble donné

2-Choisir un élément de la collection

3-Enoncer un mot nombre (« un » ou le successeur du précédent dans une suite de mots-nombres)

4-Conserver la mémoire de la collection des éléments déjà choisis

5-Concevoir la collection des éléments non encore choisis

6-Recommencer (pour la collection des éléments non encore choisis) 2, 3, 4, tant que la collection des éléments à choisir n'est pas vide.

7-Savoir que l'on a choisi le dernier élément

8-Enoncer le dernier mot nombre

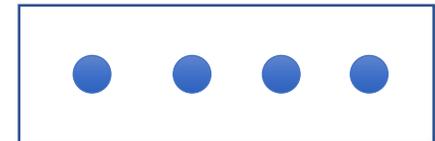
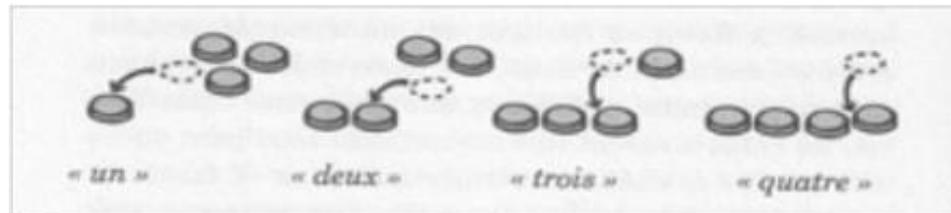
Situation de comptage

- Léna dispose d'une connaissance (l'énumération) qui se manifeste par la présence de synchronisation effective entre une connaissance numérique et une organisation conjointe de la collection et qui permet l'inventaire de la collection.

Quelle est alors la difficulté de Léna ?

Léna dispose d'une procédure de **comptage numérotage** 1
● 2
● 3
● 4
●

Elle n'a pas construit le concept de nombre comme **mémoire de la quantité**

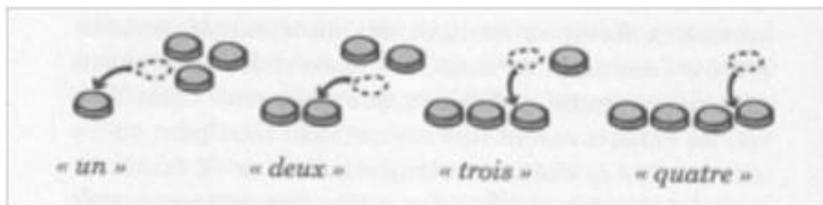
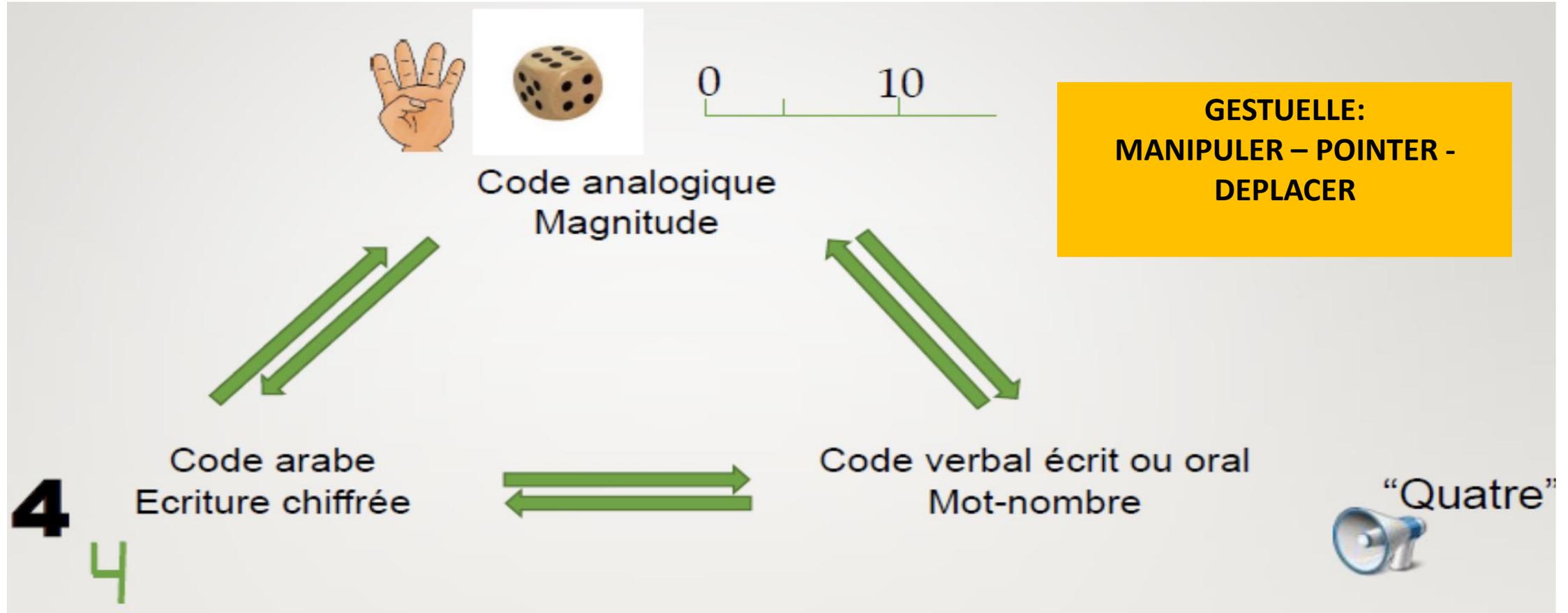


- Vidéo Rémi Brissiaud, conférence Arras

Enseigner le comptage-dénombrément

Rôle de l'enseignant : Observer - Intervenir

Geste de monstration de la synchronisation



VERBALISER:

« Un jeton »

Et « **encore un jeton** », ça fait « **deux jetons** »

Enseigner le comptage-dénombrément

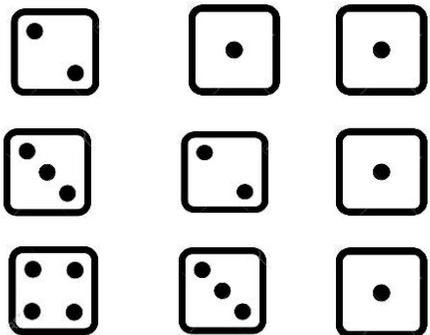
A retenir:

Il est essentiel de **privilégier** le « comptage-dénombrément » au « comptage numérotage »

Enseigner le comptage-dénombrément,

c'est théâtraliser une propriété fondamentale du nombre,

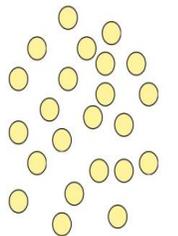
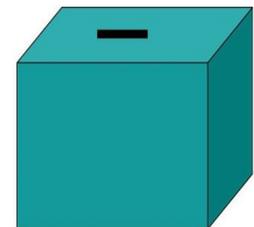
l' « **ITÉRATION DE L'UNITÉ** »



« deux, c'est un et-encore-un »,

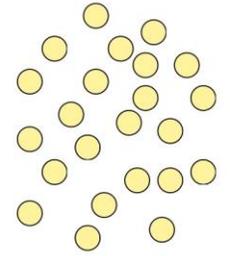
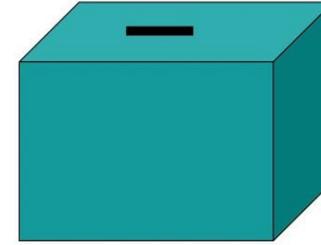
« trois, c'est deux et-encore-un »,

« quatre, c'est trois et-encore-un »



Transformation de quantités, itération de l'unité

Une situation de référence : « le jeu de la boîte »



Le rôle de la manipulation est articulé avec celui de **la verbalisation** qui permet à l'élève de décrire et expliquer sa procédure (« *j'ai mis quatre dans ma tête et avec mes doigts j'ai fait cinq, six, sept* »), puis de la validation de la solution (par dénombrement des jetons...).

Cette verbalisation doit souvent être provoquée par le professeur en posant explicitement des questions.

Pour évoquer la transformation de quantité : « Je mets un jeton dans ma boîte, je mets encore un jeton, »

Combien y a-t-il de jetons dans ma boîte ?

Une situation : « l'escalier »



Comparer des quantités

Construire une quantité par itération de l'unité

4

L'escalier

Niveau de classe

PS et MS.

Période

À partir de la période 2 pour la phase collective en PS ; dès la période 1 en MS.

Organisation

Présentation en grand groupe (demi-classe voire classe entière) puis atelier :
1 escalier par atelier en PS ; 1 escalier par binôme en MS.

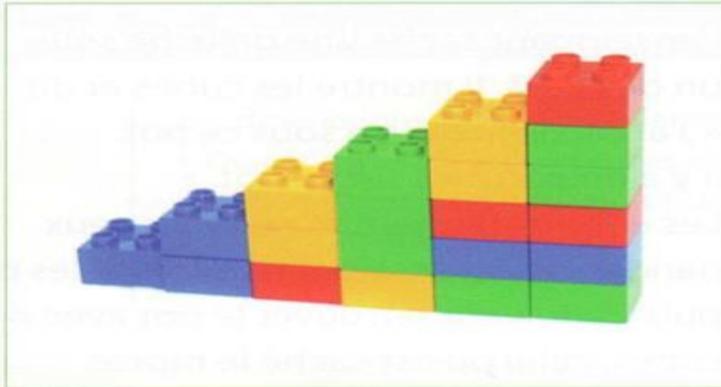
Matériel

Pour chaque groupe ou élève construisant un escalier :

- 1 boîte sans couvercle ou 1 corbeille.
- Un grand nombre de briques multicolores de même taille.

Comparer des quantités, itération de l'unité

Présentation de l'activité aux élèves



1

Voici un bel escalier, nous allons essayer d'en fabriquer d'autres.



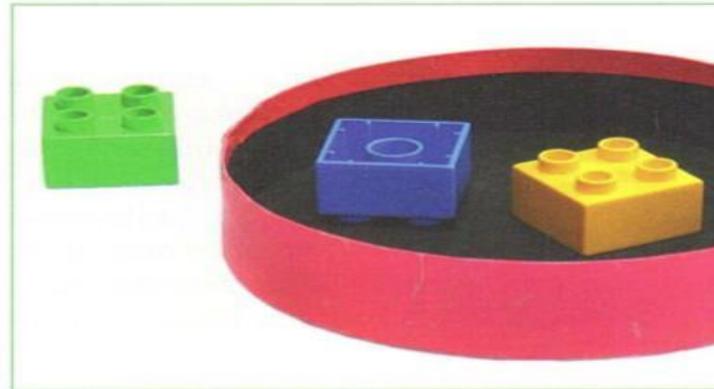
2

Pour fabriquer nos escaliers, nous allons utiliser beaucoup de briques et une corbeille pour transporter les briques.



3

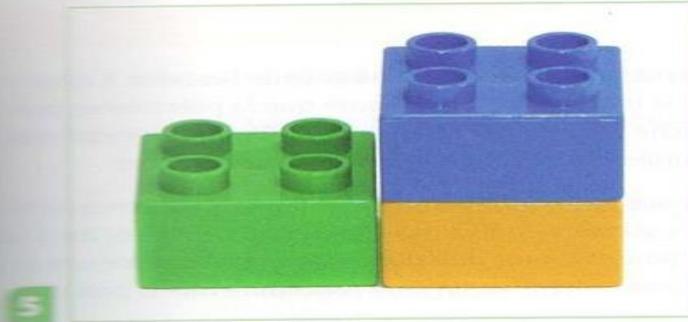
Regardez bien, je vous montre comment nous allons faire. Pour faire la première marche, je pose une seule brique.



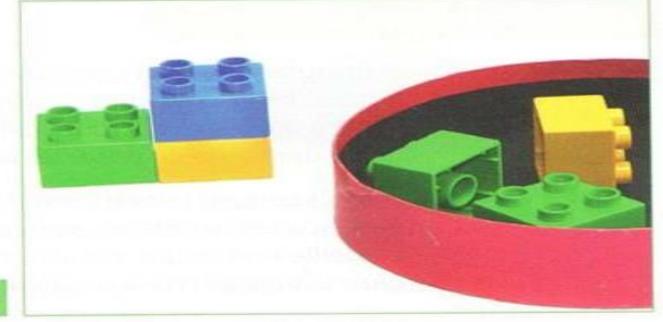
4

Je mets dans ma corbeille juste ce qu'il faut de briques pour faire la marche suivante.

Formulation de la consigne



5 Puis je pose mes briques. Ma nouvelle marche est réussie : elle a juste une brique de plus que la première.



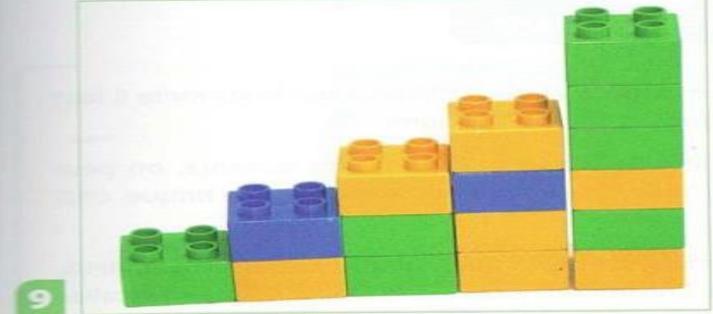
6 Je mets dans ma corbeille juste ce qu'il faut de briques pour faire la marche suivante...



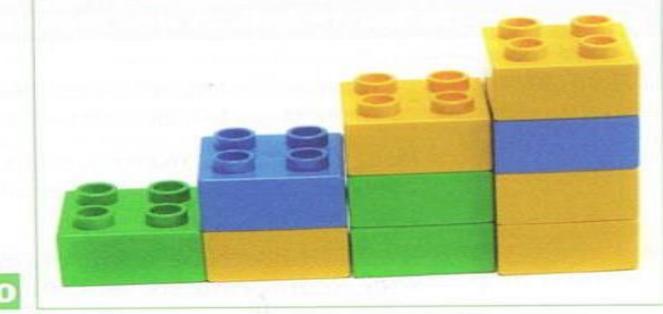
7 Je pose mes briques, ma nouvelle marche est réussie, je mets dans la corbeille ce qu'il faut pour la suivante.



8 Encore une fois...



9 Ça ne va pas, je me suis trompé, la nouvelle marche est trop haute. Pour faire un bel escalier, il faut que la nouvelle marche ait juste une brique de plus que la précédente.



10 Comme je me suis trompé, j'enlève la marche qui est trop grande. Voici l'escalier que j'ai construit sans me tromper.

Comparer des quantités, itération de l'unité

- Favoriser la compréhension
- Exemple quand j'ai gagné
- Exemple quand j'ai perdu

Parler des nombres à partir de leurs décompositions.

L'importance des décompositions : **Décomposer, recomposer les nombres**

La maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre, notamment sa cardinalité.

**Maitriser les décompositions et
recompositions des nombres**



Une situation fondamentale :
le jeu du saladier



CRITÈRE DE RÉUSSITE

Pour gagner, l'élève doit être capable de donner le complément à la quantité totale de jetons et d'expliquer comment il a fait.



Figure 1.

La quantité de départ, ici 7, est représentée par des jetons.



Figure 2.

Le joueur B cache une partie des jetons sous le gobelet et demande au joueur A de trouver le nombre de jetons cachés.



Figure 3.

Le gobelet est soulevé après la réponse de l'élève A et sa proposition de justification.

- Vidéo saladier
- <https://www.youtube.com/watch?v=Td8naH4Rhhk>

LE JEU DU SALADIER

Règle du jeu



- **Le professeur communique à deux élèves une quantité de jetons à prendre** (sous la forme du nom du nombre ou de son écriture chiffrée par exemple).
Un des élèves (A) ferme les yeux pendant que l'autre (B) cache une partie des jetons sous un petit saladier (ou un gobelet) opaque. L'élève A doit donner le nombre de jetons cachés et justifier sa réponse. Ensuite, l'élève B lève le saladier et valide la réponse de l'élève A.
- Afin de mener chacune des parties, **un dialogue ritualisé entre les deux joueurs est mis en place**

Élève B : Ouvre les yeux. Dis-moi combien d'objets sont cachés sous le saladier ? **Élève A : Je pense qu'il y a X jetons cachés sous le saladier.** **Élève B : Comment le sais-tu ?**

Ici, il est essentiel que les jetons restent cachés pour anticiper le nombre de jetons cachés (et ne pas le constater uniquement en dénombrant le nombre de jetons cachés).

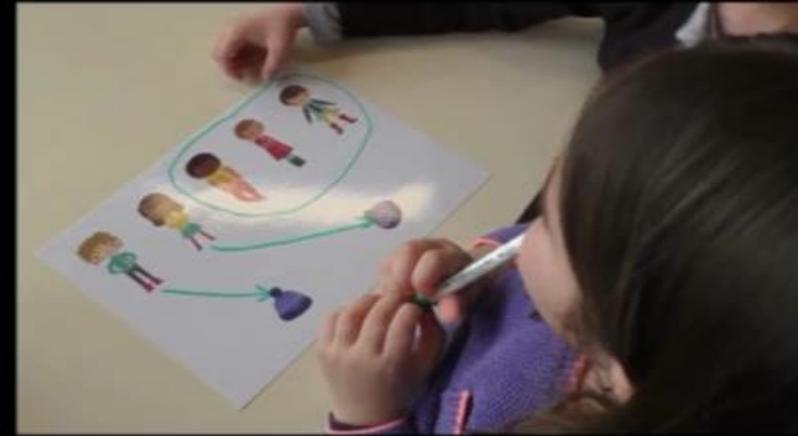
Élève A : J'ai compté.../Je sais que.../Je connais... **Élève B : Nous allons vérifier ta réponse.**

Dans la partie suivante, les rôles changent.

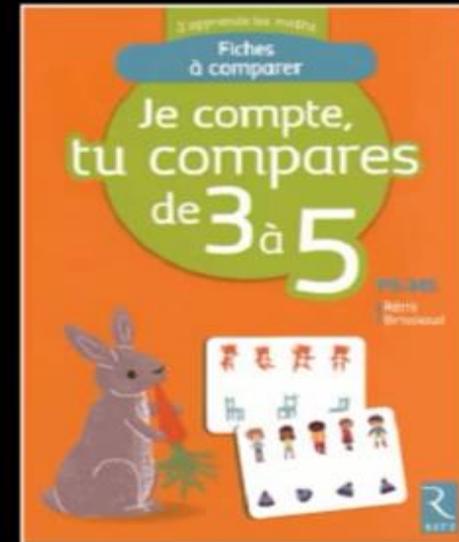
À chaque bonne réponse accompagnée d'une justification correcte, **l'élève gagne un point.**

- **Le gagnant est celui qui, à la fin du jeu, a le plus de points.**

DÉCOUVRIR LES NOMBRES MS-GS



Comptage - dénombrement
Subitizing
Décompositions



<https://www.youtube.com/watch?v=wV3WoRsMuc4>

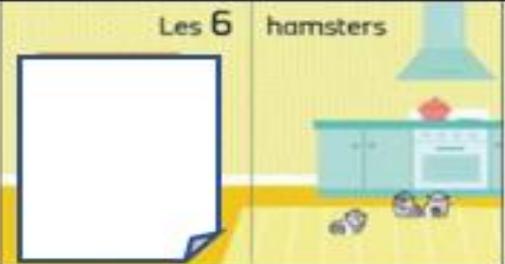
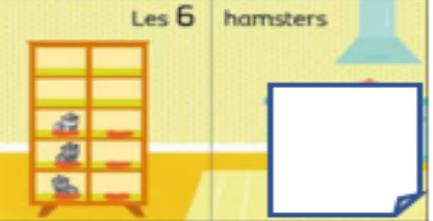
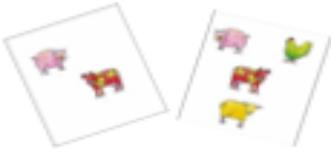
Mise en activité

Décomposer/
recomposer les
nombres

« *Parler des nombres* » à partir de
leur **décomposition**

1- Caractériser les différentes tâches.

2- Sur quelles variables didactiques a-t-on joué ? Proposer d'autres exemples d'activités.

				
<p>A - On a six tiges, il y en a trois ici et encore trois, là (on peut recompter pour vérifier)</p>	<p>B- On sait que six jetons sont posés sur la table. Combien de jetons sont cachés sous le bol ?</p>	<p>C - On sait que six jetons sont posés sur la table. Combien de jetons sont cachés sous le gobelet ?</p>	<p>D - On a six hamsters. Trois sont partis se promener. Combien de hamsters sont restés dans la cage ?</p>	
				
<p>E - On a six cubes, il y en a trois ici et encore trois, là (on peut recompter pour vérifier)</p>	<p>F-On a six hamsters. Trois sont dans la cage. Combien sont partis se promener ?</p>	<p>G-Voici deux cartes. Combien y a-t-il d'animaux ?</p>	<p>H - On a six cubes, il y en a trois ici et encore trois.</p>	<p>I - L'enfant choisit deux cartes pour faire « six ».</p>

« *Parler des nombres* » à partir de leur **décomposition**

Caractériser les différentes tâches :

- S'agit de dénombrer ou de calculer ?
- Donne-t-on à voir la décomposition des nombres ou faut-il trouver le complément ?
- Faut-il produire des décompositions ou calculer mentalement le résultat d'une addition ?

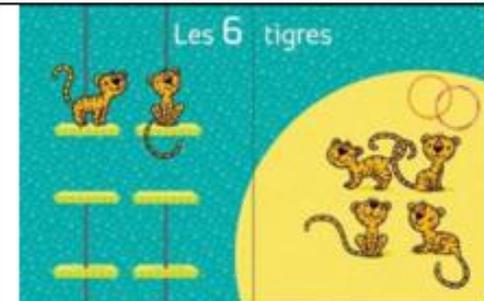
Sur quelles variables didactiques a-t-on joué ?

- Est-ce que l'objet est manipulable ou pas ?
- Les zones sont-elles plus ou moins délimitées ?

Du côté des variables



H - On a six cubes,
il y en a trois ici et
encore trois.



A - On a six tigres, il y en
a trois ici et encore trois,
là (on peut recompter
pour vérifier)

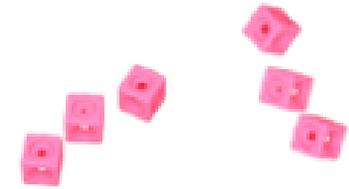
Des objets manipulables ou pas...



A - On a six tigres, il y en a trois ici et encore trois, là (on peut recompter pour vérifier)



H - On a six cubes, il y en a trois ici et encore trois.



E - On a six cubes, il y en a trois ici et encore trois, là (on peut recompter pour vérifier)

Du côté des variables



Des zones plus ou moins délimitées...

Avoir un support qui garde trace des éléments déplacés ou pas...



F-On a six hamsters. Trois sont dans la cage. Combien sont partis se promener ?

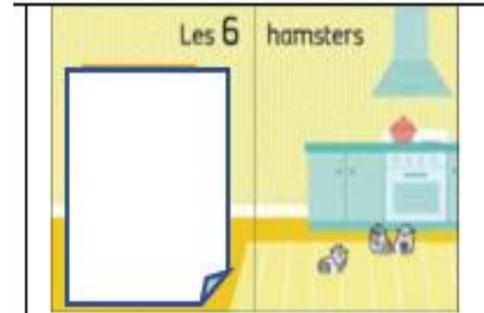
DENOMBRER



C - On sait que six jetons sont posés sur la table. Combien de jetons sont cachés sous le gobelet ?

Du côté des variables

Tâches différentes...



D - On a six hamsters. Trois sont partis se promener. Combien de hamsters sont restés dans la cage ?

CALCULER

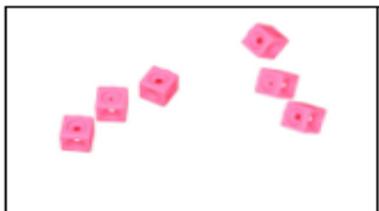


B- On sait que six jetons sont posés sur la table. Combien de jetons sont cachés sous le bol ?

Donner à voir des décompositions de nombres



A - On a six tigres, il y en a trois ici et encore trois, là (on peut recompter pour vérifier)



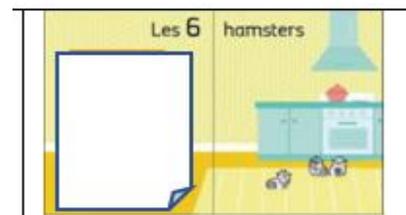
E - On a six cubes, il y en a trois ici et encore trois, là (on peut recompter pour vérifier)



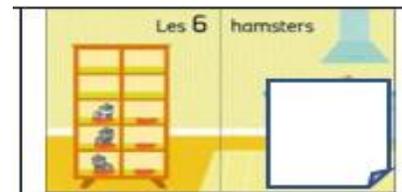
H - On a six cubes, il y en a trois ici et encore trois.

Du côté des tâches

Trouver le complément



D - On a six hamsters. Trois sont partis se promener. Combien de hamsters sont restés dans la cage ?



F - On a six hamsters. Trois sont dans la cage. Combien sont partis se promener ?

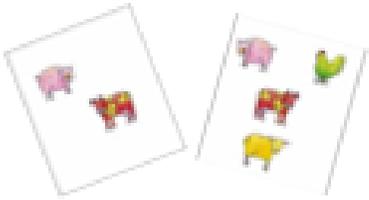


B - On sait que six jetons sont posés sur la table. Combien de jetons sont cachés sous le bol ?



C - On sait que six jetons sont posés sur la table. Combien de jetons sont cachés sous le gobelet ?

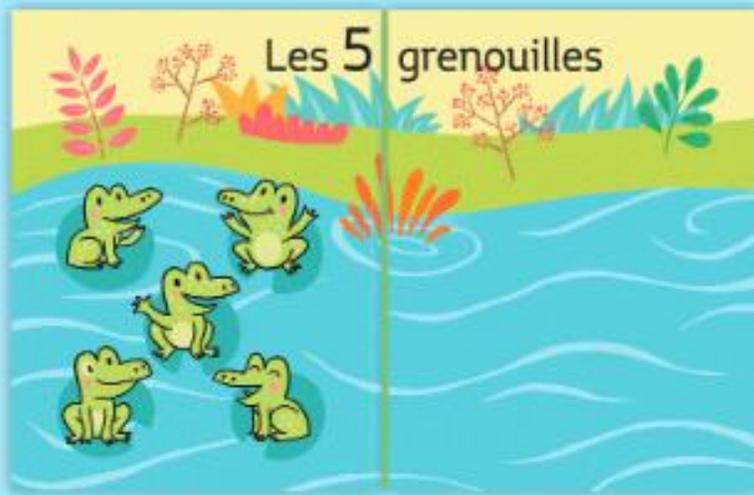
Produire des décompositions


I - L'enfant choisit deux cartes pour faire « six ».

Du côté des tâches

Calculer mentalement le résultat d'une addition


G-Voici deux cartes. Combien y-t-il d'animaux ?



« Dans l'image, il y a 5 grenouilles sur 5 nénuphars disposés comme les points du dé. 2 en haut, 2 en bas et 1 au milieu. »

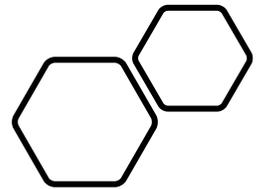


« Les grenouilles sous le rabat sont dans l'eau. Combien de grenouilles sont dans l'eau ? »

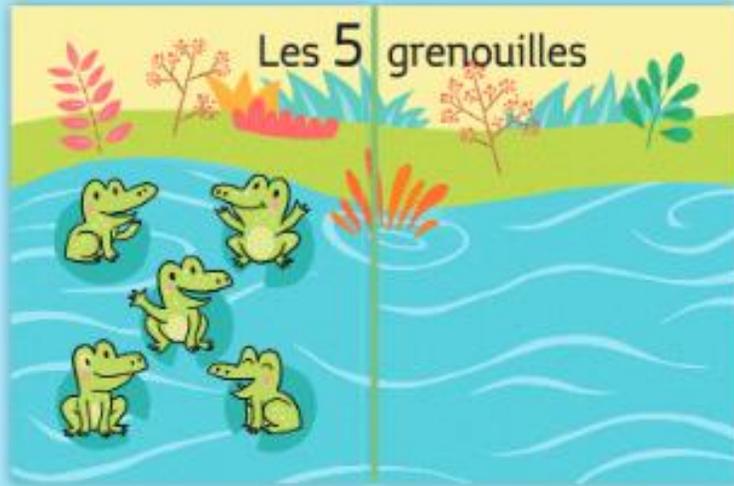


« Les grenouilles sous le rabat sont sur les nénuphars. Combien de grenouilles sont sur les nénuphars ? »

Un autre exemple...



Un autre exemple...



« Dans l'image, il y a 5 grenouilles sur 5 nénuphars disposés comme les points du dé. 2 en haut, 2 en bas et 1 au milieu. »



« Les grenouilles sous le rabat sont dans l'eau. Combien de grenouilles sont dans l'eau ? »



« Les grenouilles sous le rabat sont sur les nénuphars. Combien de grenouilles sont sur les nénuphars ? »

**Compter les
nénuphars suffit !**

**Savoir que 5
c'est 1 et 4 !**

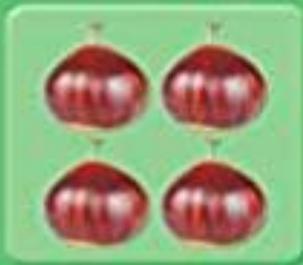
QUELQUES RESSOURCES SUPPLÉMENTAIRES

Yves Thomas • Magali Hersant

Maths à grands pas

pour les
PS•MS

ressources
numériques



Activité complémentaire pour aider à la
mémorisation des décompositions

Mémoriser

Des calculines

Des calculines

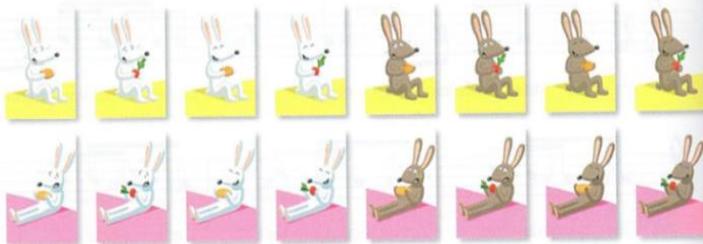


Trois lapins

Niveau de classe ▶ PS et MS.

Période ▶ À partir de la période 2 en PS ; dès la période 1 en MS.

Matériel ▶ 16 cartes format A4 représentant chacune un lapin différent qui peut :
 - être couché ou assis. - pleurer ou rire.
 - être blanc ou gris. - manger du pain ou des radis.



J'ai vu, j'ai vu de bon ma-tin trois beaux la-pins dans mon jar-din.
 É-cou-te bien, pe-tit ma-lin, com-ment é-taient ces trois la-pins.



Les rats

Niveau de classe ▶ PS et MS.

Période ▶ À partir de la période 3 en PS ; dès la période 1 en MS.

Matériel ▶ 3 affiches format A3 représentant les 4 rats dans des configurations différentes.
 1 affiche format A3 représentant un chat.



Remarque : Le texte correspondant aux notes marquées d'une croix est parlé et non chanté.

Trois rats noirs et un rat gris, qua-tre gros rats, c'est pas gen-til.
 Ah si le chat é-tait là, les rats ne res-te raient pas. Un, deux, trois, quatre.
 No-tre chat est de sor-tie, y'a plus de rats, ils sont par-tis.
 Ah quand no-tre chat est là, les gros rats ne res-tent pas.
 Un, deux, trois, vi-ve le chat !

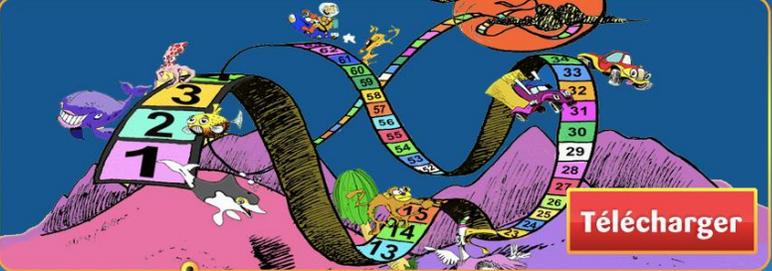


Des ouvrages
intéressants

La course aux nombres

se concentre sur les petits nombres

La course aux nombres Accueil Télécharger Comment ça marche L'Attrape-Nombres Français



Télécharger

Qu'est-ce que La Course aux Nombres ?
C'est un logiciel de jeu amusant qui vous fait jongler avec les nombres, et enseigne les concepts fondamentaux de l'arithmétique :

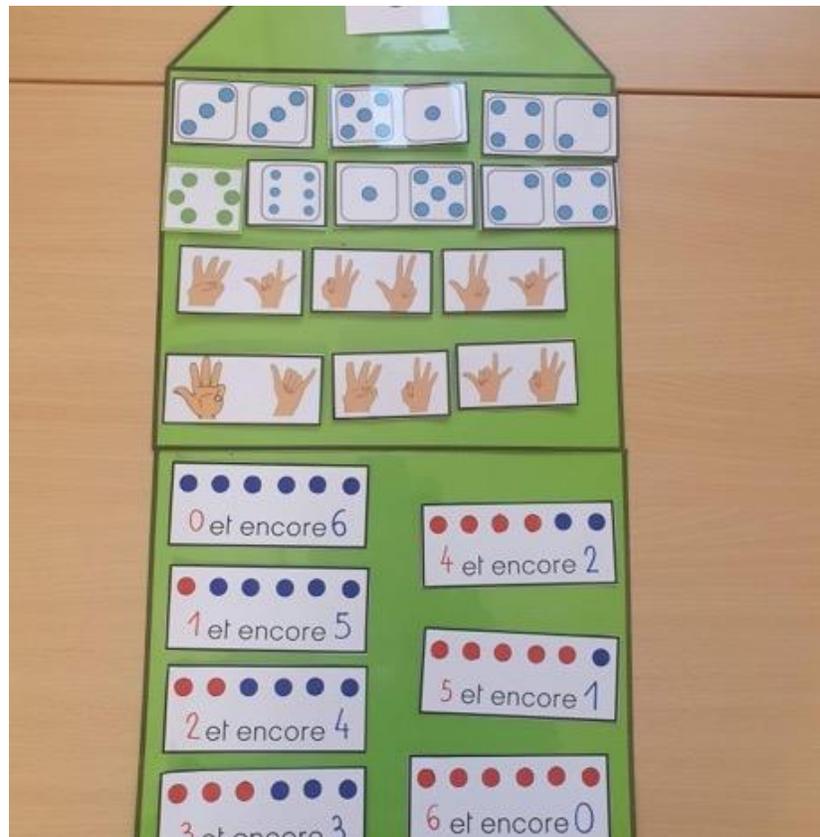
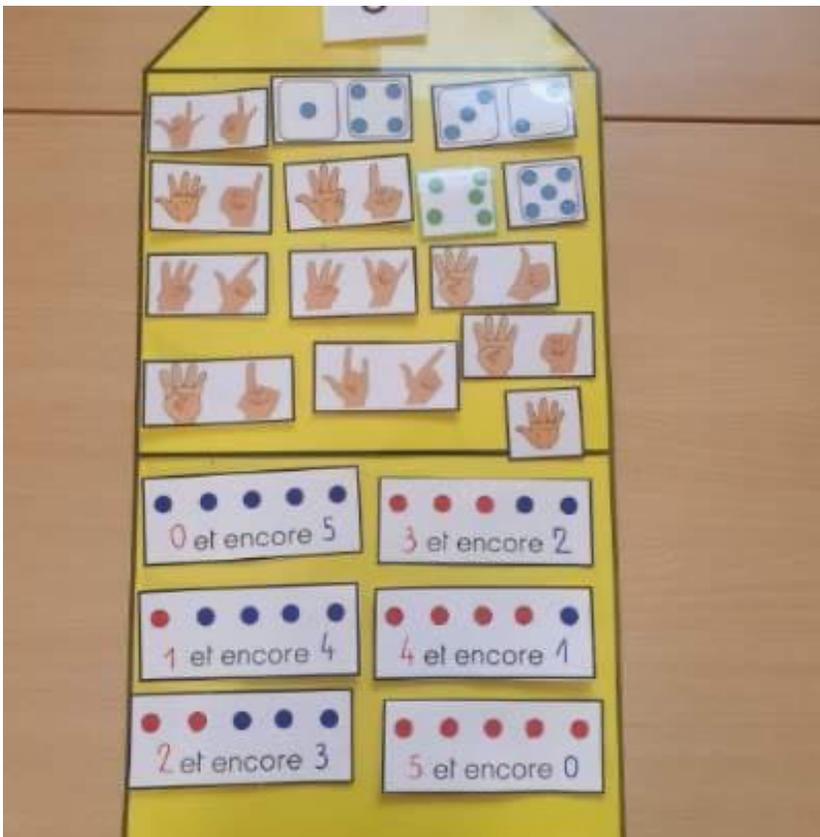
- Présentation des nombres – ensembles concrets, chiffres ou mots
- Comptage - entraînement avec les nombres 1 à 40
- Calculs élémentaires - additions et soustractions

Apprendre à jouer ou sur le fonctionnement du jeu

A qui s'adresse ce jeu ?
La Course aux Nombres est destinée à l'origine aux enfants de 4 à 8 ans.
Les enfants de maternelle y découvriront les concepts de base des nombres et de l'arithmétique. Ceux de primaire, qui connaissent déjà les nombres, apprendront à calculer de plus en plus vite. Le jeu s'adresse tout particulièrement aux enfants qui éprouvent des difficultés en maths (dyscalculie) – il les aidera à renforcer leurs circuits cérébraux de représentation et de manipulation des nombres.
La Course aux Nombres se concentre sur les petits nombres. Pour les enfants plus à l'aise, pensez à jouer à *L'Attrape-Nombres*.

Qui a créé La Course aux Nombres ?
Le jeu a été imaginé par l'Unité INSERM-CEA de Neuroimagerie Cognitive, un centre de recherche de pointe en cognition mathématique.

Copyright © 2004 Anna Wilson et Stanislas Dehaene. Tous droits réservés. Guide d'utilisateur | L'Attrape-Nombres | Conditions | Qui sommes-nous | Contact



- **Maisons des nombres (décompositions)**

Conclusion

Construction du concept de quantité

Construire le concept de collection

Construire le concept de quantité

Procédure de comptage dénombrement

Itération de l'unité

Langage et gestuelle

Décomposition des nombres

Composer / décomposer

Etapes progressives liées au matériel, aux supports utilisés

Nécessité d'avoir mémorisé les décompositions des nombres pour développer des compétences en calcul

Variable importante d'adaptation: enlever le visuel de la décomposition

- 
- L'apprentissage prend du temps et nécessite d'être confrontés de nombreuses fois à la même situation,
 - Idée: en faire moins mais mieux....
 - Utiliser moins de situations mais plus longtemps,
 - Les faire évoluer dans le temps en jouant sur les variables didactiques.
- 



"Au lieu de décréter que ces enfants sont peu doués pour les mathématiques, considérons plutôt qu'ils n'ont pas réussi leur première rencontre avec les nombres (...) Il y a des premières rencontres qu'il vaut mieux réussir."

Rémi Brissiaud, 2011





Merci pour votre attention