

Description

Qu'est-ce qu'une restauration de figure ?

L'activité de restauration de figure diffère de celle, plus classique, de reproduction de figure en deux points essentiels :

- il s'agit non pas de reproduire à l'identique une figure « modèle », mais de compléter une figure « amorce » pour obtenir une reproduction exacte de la figure « modèle » ;
- un coût est accordé à chaque instrument mis à disposition et l'élève doit réussir à restaurer sa figure en dépensant un minimum d'argent ; il y a donc, en outre, un calcul à réaliser.

Pourquoi une restauration plutôt qu'une reproduction ?

L'élève est amené à raisonner sur la différence entre deux figures (la figure modèle et l'amorce). Il doit analyser la figure modèle et identifier, au sein de cette figure, les sous-figures qui la composent et les propriétés qui la régissent. Il doit aussi analyser l'organisation des sous-figures entre elles, les relations qui existent entre différents objets géométriques, ce qui nécessite souvent la construction de sur-figures ou le prolongement de certains tracés. La présence de l'amorce permet de favoriser certaines procédures plutôt que d'autres en induisant une analyse particulière du modèle (cf les exemples qui suivent). D'autre part, le choix de donner à la figure et à l'amorce des orientations différentes écarte la possibilité d'une démarche visuelle par translation.

Pourquoi donner un coût aux instruments ?

- En fonction du barème choisi, on peut favoriser l'utilisation d'un instrument plutôt qu'un autre.
- Il s'agit également de mettre en avant la multiplicité des procédures possibles.
- Lors du calcul du coût, l'élève doit retrouver le déroulement exact de sa procédure. On met ici en avant la nécessité de garder une trace des étapes de sa construction. Ainsi, la rédaction d'une ébauche de programme de construction prend alors tout son sens.
- La gomme est toujours gratuite : on souhaite montrer de cette façon aux élèves qu'en géométrie, il n'est pas interdit, voire souvent utile, de tracer des traits supplémentaires dans une figure pour l'analyser ou la construire (« traits de construction »).

Séance 1

➤ Phase 1 : activité préparatoire « le jeu du portrait » (10 min)

Objectifs :

- identifier une figure parmi un lot en posant des questions sur ses propriétés géométriques ;
- se remémorer le vocabulaire de la géométrie : nom des quadrilatères usuels, milieu, côté, sommet, diagonale d'un quadrilatère, centre d'un quadrilatère, médiane d'un rectangle ou d'un carré ;
- si elle n'est pas connue, introduire la terminologie « médiane » d'un rectangle ou d'un carré.

Matériel : un planche de figures pour chaque élève et une planche agrandie pour le tableau.

Chaque élève dispose d'une planche contenant des figures avec leurs diagonales ou sans, avec des médianes ou sans (cf. planche fournie en annexe). L'enseignant choisit une figure dans la planche. À tour de rôle, les élèves posent des questions afin d'identifier la figure. L'enseignant ne peut répondre que par oui ou par non. Il est de plus interdit de demander « *Est-ce que c'est la figure G ?* » ou bien de poser des questions relatives à sa position sur la planche comme par exemple : « *Est-ce que la figure est en haut de*

la feuille ? ». Pour cette première séance, en vue des phases 2 et 3, l'enseignant choisit en priorité des carrés et les rectangles.

➤ Phase 2 : appropriation de la situation avec un modèle « simple » (40 min)

Objectifs :

- permettre aux élèves de s'approprier les contraintes de la situation (le modèle est suffisamment simple pour qu'ils se consacrent essentiellement au calcul du coût et à la recherche du coût minimal) ;
- utiliser les instruments de géométrie pour construire une figure ;
- tracer et nommer les diagonales d'un rectangle (et ainsi éventuellement induire leur utilisation pour la phase 2) ;
- utiliser le vocabulaire de la géométrie : milieu, côté, sommet, diagonale d'un rectangle, médiane d'un rectangle, centre d'un rectangle...

Matériel :

- une fiche 1 pour chaque élève ;
- un modèle 1 et une amorce 1 agrandis pour le tableau ;
- les instruments de géométrie pour le tableau (règle, équerre, compas) ;
- des transparents pour la validation.

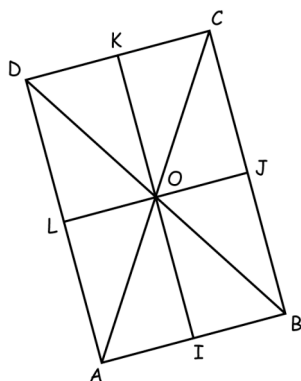
Déroulement : « Vous allez travailler par deux. Chaque binôme va recevoir une fiche 1 sur laquelle il y a une figure « modèle » et une figure « amorce ». À l'aide de vos instruments de géométrie, vous devez restaurer la figure « amorce », c'est à dire la compléter pour retrouver exactement la figure « modèle ». D'autre part, chaque instrument a un coût qui est précisé dans le barème. Quand vous aurez trouvé une façon de restaurer votre figure, vous calculerez combien vous coûte l'opération. L'équipe gagnante sera celle qui restaurera sa figure en dépensant un minimum d'argent. »

Il peut s'avérer nécessaire d'apporter quelques précisions quant aux possibilités offertes par les instruments :

- règle non graduée = utiliser la règle pour tracer un segment sans prendre de mesure ;
- règle graduée = utiliser la règle pour prendre une mesure ou pour tracer un segment d'une certaine longueur ;
- équerre = utiliser l'équerre pour tracer un segment perpendiculaire à un autre ;
- compas = utiliser le compas pour tracer un cercle ou un arc de cercle, ou bien pour reporter une longueur ;
- calque = décalquer une partie ou l'ensemble de la figure ;
- on peut tracer autant de traits et prendre autant de mesures que l'on veut sur le modèle, et ce gratuitement (en d'autres termes, l'analyse du modèle n'est pas comprise dans le calcul du coût) ;
- si un instrument ou un procédé ne sont pas précisés dans le barème, c'est qu'ils ne sont pas disponibles.

Le temps de recherche est précisé par l'enseignant (10 à 15 minutes). Quand une équipe pense avoir restauré sa figure, l'enseignant lui propose un transparent de validation pour vérifier que la production est correcte.

Exemples de procédures (permettant d'obtenir le modèle mais dont le coût diffère) :



Procédure « règle graduée » 1 :

- on trace [AC] et [BD] à la règle non graduée ;
- on note le milieu L de [AD], le milieu J de [BC], le milieu K de [CD] et le milieu I de [AB] à la règle graduée ;
- on trace [IK] et [JL] à la règle non graduée ;
- total : $(4 \times 1) + (4 \times 75) = 304 \text{ €}$.

Procédure « règle graduée » 2 :

- on trace [AC] et [BD] à la règle non graduée et on obtient O ;
- on note le milieu L de [AD] et le milieu I de [AB] à la règle graduée ;

- on trace (LO) et (IO) à la règle non graduée ;
- total : $(4 \times 1) + (2 \times 75) = 154$ €.

Procédure « équerre » :

- on trace [AC] et [BD] à la règle non graduée ;
- on trace la perpendiculaire à [AD] passant par O et la perpendiculaire à [AB] passant par O à l'équerre ;
- total : $(2 \times 1) + (2 \times 5) = 12$ €.

Mise en commun : plusieurs binômes viennent exposer leur procédure et le coût total obtenu. On fait apparaître la nécessité de garder une trace écrite de sa procédure pour réussir à en calculer le coût. La rédaction d'une sorte de « programme de construction » prend ici tout son sens pour remplir la tâche. On note qu'il peut être utile de nommer les sommets par des lettres pour décrire plus aisément sa démarche. La procédure la moins coûteuse est exhibée.

➤ Phase 3 : reprise avec un modèle plus complexe (15 min)

Objectifs :

- analyser une figure complexe et les sous-figures qui la composent pour mettre en évidence des propriétés géométriques permettant de la construire ;
- en particulier, utiliser les propriétés du rectangle, de ses diagonales et de ses médianes ;
- comparer diverses procédures du point de vue du nombre de constructions intermédiaires à réaliser et de la nature des outils à utiliser ;
- utiliser les instruments de géométrie pour construire une figure ;
- utiliser le vocabulaire de la géométrie : milieu, côté, sommet, médiane d'un rectangle, centre d'un rectangle, diagonales...

Matériel :

- une fiche 2 pour chaque élève ;
- un modèle 2 et une amorce 2 agrandis pour le tableau ;
- les instruments de géométrie pour le tableau (règle, équerre, compas) ;
- des transparents pour la validation.

Déroulement : « Vous allez encore travailler par deux. C'est la même activité que la précédente mais avec un modèle et une amorce différents. **Attention !** Le coût accordé à chaque instrument a lui aussi changé. Vous avez 15 minutes. »

Séance 2

Objectifs :

- utiliser les instruments de géométrie pour construire une figure ;
- percevoir, dans une figure complexe, un losange et un carré qui ne sont pas dans leur position prototypique ;
- percevoir que des points sont alignés dans une configuration ;
- utiliser les propriétés du losange (resp. du carré) et de ses diagonales ;
- revoir les propriétés des diagonales des quadrilatères usuels ;
- utiliser le vocabulaire de la géométrie : milieu, côté, sommet, carré, losange, diagonales...

Matériel :

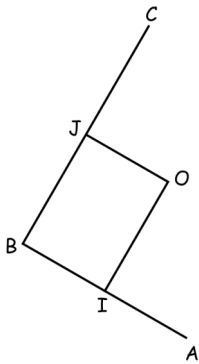
- les productions des élèves pour la figure 2 de la séance précédente ;
- une fiche 3 pour chaque élève ;
- un modèle 3 et une amorce 3 agrandis pour le tableau ;
- les instruments de géométrie pour le tableau (règle, équerre, compas) ;
- des transparents pour la validation.

➤ Phase 1 : rappel de la séance précédente (10 min)

Les élèves sont interrogés sur l'activité et le vocabulaire utilisé lors de la séance précédente.

➤ Phase 2 : mise en commun de l'activité de la séance précédente (15 min)

Exemples de procédures (permettant d'obtenir le modèle mais dont le coût diffère ; par souci de concision, le vocabulaire utilisé ici ne correspond pas toujours à celui d'un élève de cycle 3) :



Procédure « côtés » 1 :

- avec le compas, on trace un arc de cercle de A et de rayon BC et un arc de cercle de centre C et de rayon AB ;
- avec la règle non graduée, on trace les deux derniers côtés du rectangle ;
- total : $(2 \times 10) + (2 \times 3) = 26$ €.

Procédure « côtés » 2 :

- avec l'équerre, on trace une perpendiculaire à [BC] passant par C ;
- avec la règle graduée, on mesure AB et on reporte sur la droite précédente ;
- avec la règle non graduée, on trace le dernier côté du rectangle ;
- total : $115 + 25 + 3 = 143$ €.

Procédure « côtés » 3 :

- avec l'équerre, on trace une perpendiculaire à [BC] passant par C ;
- avec le compas, on reporte la longueur AB sur la droite précédente ;
- avec la règle non graduée, on trace le dernier côté du rectangle ;
- total : $115 + 10 + 3 = 128$ €.

Procédure « côtés » 4 :

- avec l'équerre, on trace une perpendiculaire à [BC] passant par C et une perpendiculaire à [AB] passant par A ;
- total : $2 \times 115 = 230$ €.

Procédure « médianes » :

- avec la règle non graduée, on prolonge [IO] et [JO] ;
- avec le compas, on marque le point K symétrique de I par rapport à O et le point L symétrique de J par rapport à O ;
- avec la règle non graduée, on trace (AL) et (CK) ;
- total : $(2 \times 10) + (4 \times 3) = 32$ €.

Procédure « diagonales » :

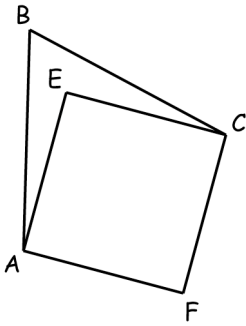
- avec la règle non graduée, on trace (BO) ;
- avec le compas, on marque le point D symétrique de B par rapport à O ;
- avec la règle non graduée, on trace (AD) et (CD) ;
- total : $(1 \times 10) + (3 \times 3) = 19$ €.

Plusieurs binômes viennent exposer leur procédure et le coût total obtenu. Dans cet exemple, le barème a été choisi de façon que la procédure la plus économique soit celle qui utilise le tracé de la diagonale et le report de longueur *via* le compas. On insiste particulièrement sur ces deux points (la notion de diagonales et la technique de report de longueur utilisant le compas plutôt que la prise de mesures à la règle graduée). On voit également que l'on peut tracer des traits supplémentaires sur la figure modèle pour l'analyser.

➤ Phase 3 : restauration d'une troisième figure (40 min)

« Aujourd'hui, vous allez tenter de restaurer une troisième figure. Le coût accordé à chaque instrument a encore changé et il faut toujours dépenser le moins d'argent possible. Vous pouvez tenir compte de tous les conseils que l'on a donnés la dernière fois. Vous avez 15 minutes. »

Exemples de procédures (permettant d'obtenir le modèle mais dont le coût diffère ; par souci de concision, le vocabulaire utilisé ici ne correspond pas toujours à celui d'un élève de cycle 3) :



Procédure « côtés » :

- à l'aide du compas, on trace un arc de cercle de centre A et de rayon AB et un autre de centre C et de rayon AB pour obtenir le quatrième sommet du losange ;
- on trace les deux côtés manquants à la règle non graduée ;
- total : $(2 \times 26) + (2 \times 24) = 100$ €.

Procédure « diagonales » 1 :

- à la règle graduée, on trace [AC] et on marque son milieu O ;
- à l'équerre, on trace la perpendiculaire à [AC] passant par O (elle passe aussi par B) ;
- au compas, on trace le symétrique de B par rapport à O ;

- on trace les deux côtés manquants à la règle non graduée ;
- total : $52 + 25 + (2 \times 26) + (2 \times 24) = 177$ €.

Procédure « diagonales » 2 :

- à la règle non graduée, on trace (BF) ;
- au compas, on trace un arc de cercle de centre A et de rayon AB, il coupe (BF) au quatrième sommet du losange ;
- on trace les deux côtés manquants à la règle non graduée ;
- total : $26 + (3 \times 24) = 98$ €.

Procédure « diagonales » 3 :

- à la règle non graduée, on trace (BF) et [AC] qui se coupent en O ;
- au compas, on trace le symétrique de B par rapport à O ;
- on trace les deux côtés manquants à la règle non graduée ;
- total : $26 + (4 \times 24) = 122$ €.

Ici, la procédure la plus économique (qui est donc celle que l'on souhaite mettre en avant) est la procédure « diagonales » 2. Il faut d'une part repérer l'alignement des points B, E et F (et par conséquent avoir tracé des traits supplémentaires sur la figure modèle pour l'analyser) et d'autre part utiliser le compas pour reporter la longueur du côté AB (application de ce qui a été dit lors de la précédente mise en commun).

Mise en commun : comme les précédentes, elle permet d'exhiber les différentes procédures et les coûts totaux qui en découlent. On fait apparaître la nécessité d'étudier la figure modèle, éventuellement de tracer de nouveaux segments et surtout d'en étudier les propriétés. Si la procédure attendue n'est pas apparue, on peut lancer une seconde recherche pour que les élèves essaient à nouveau de minimiser le coût, suivie d'une nouvelle mise en commun.

Séance 3

Objectifs :

- utiliser les instruments de géométrie pour construire une figure ;
- revoir les propriétés des diagonales des quadrilatères usuels ;
- utiliser le vocabulaire de la géométrie : milieu, côté, sommet, carré, losange, diagonales...

Matériel :

- des affiches pour chaque groupe,
- le matériel de géométrie.

Les élèves sont répartis par groupes de 4. Chaque groupe se voit assigné un quadrilatère usuel (carré, rectangle, losange, parallélogramme, trapèze quelconque, trapèze rectangle, trapèze isocèle) et doit préparer une affiche comportant :

- le nom de la figure ;
- le schéma avec les diagonales ;
- la description des propriétés des côtés et des angles de la figure ;
- la description des propriétés des diagonales de la figure.

Consigne : 10 minutes.

Recherche : 30 minutes.

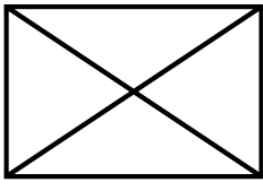
Mise en commun qui aboutit à la conception des affiches collectives : 30 minutes.

On peut proposer aux élèves une trace écrite individuelle si cela n'a pas déjà été fait (voir en annexe).

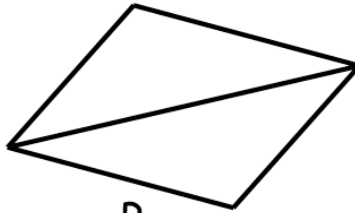
On peut également réaliser une affiche contenant des conseils méthodologique concernant les activités de construction géométrique.

- On peut nommer les sommets des figures par des lettres.
- On peut tracer des traits supplémentaires sur la figure modèle pour l'analyser.
- Pour reporter une longueur, on peut utiliser soit la règle graduée, soit le compas.
- Il est souvent utile de tracer des traits supplémentaires dans une figure pour l'analyser ou pour la construire.
- Etc.

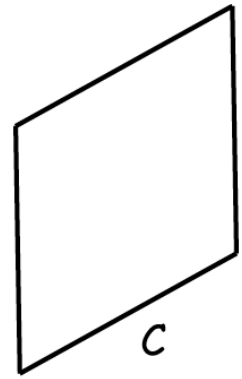
Activité préparatoire



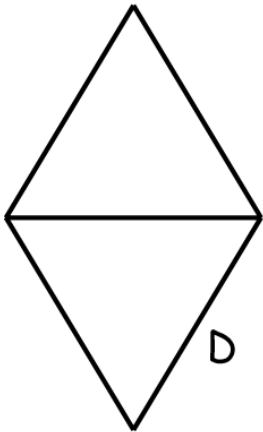
A



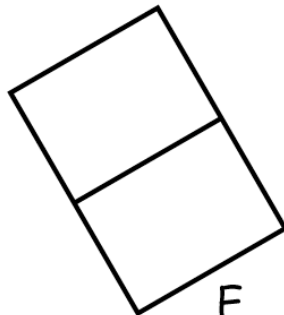
B



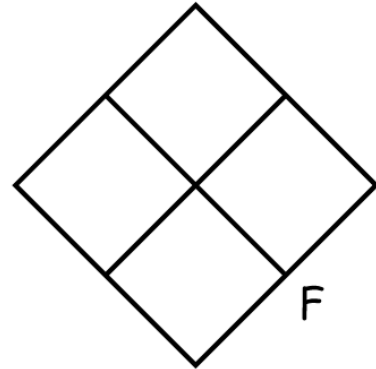
C



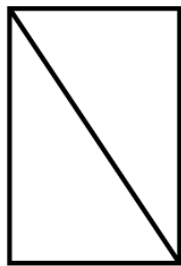
D



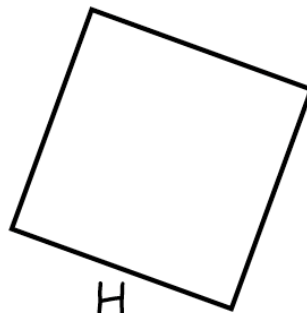
E



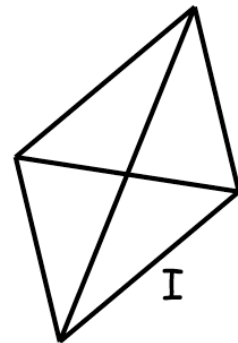
F



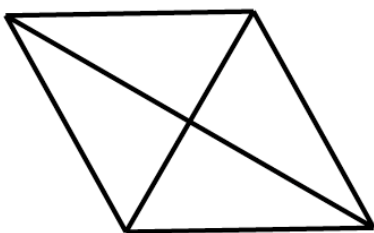
G



H



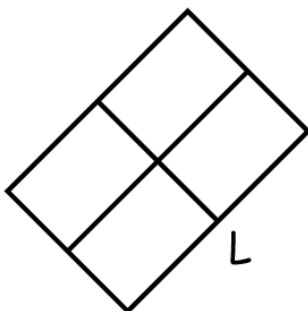
I



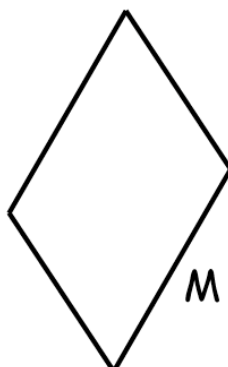
J



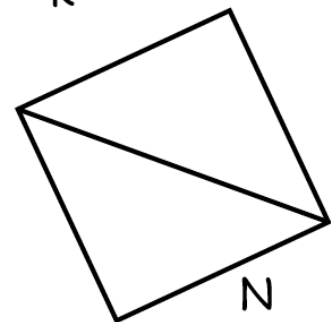
K



L

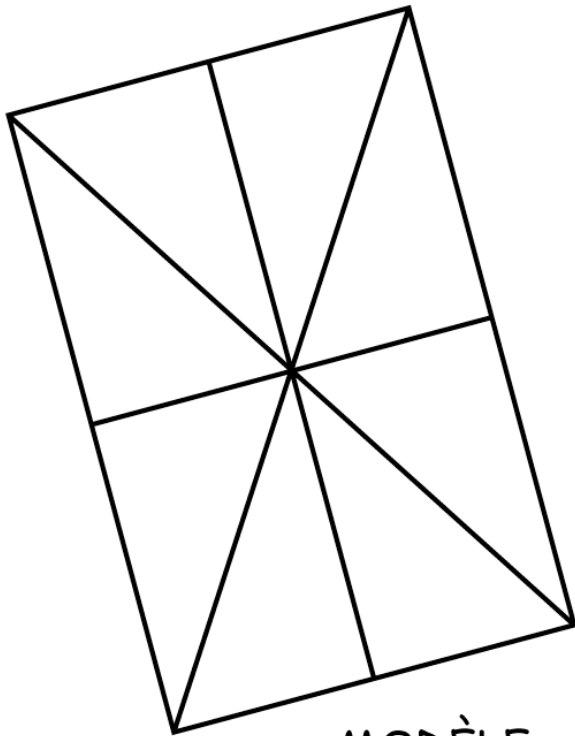


M

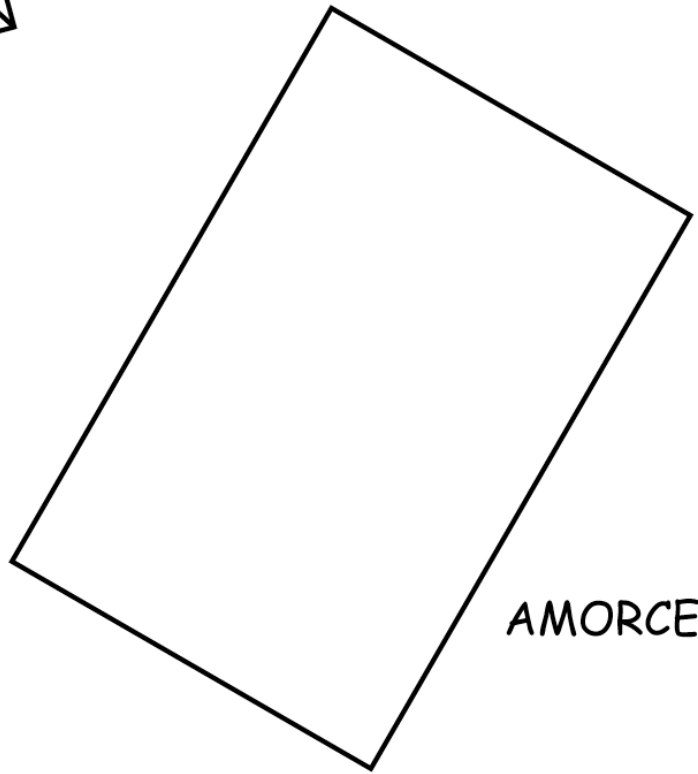


N

Fiche 1



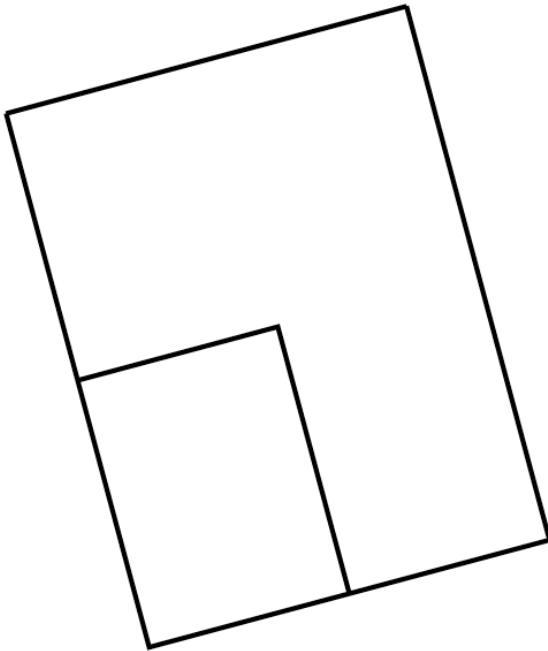
MODÈLE



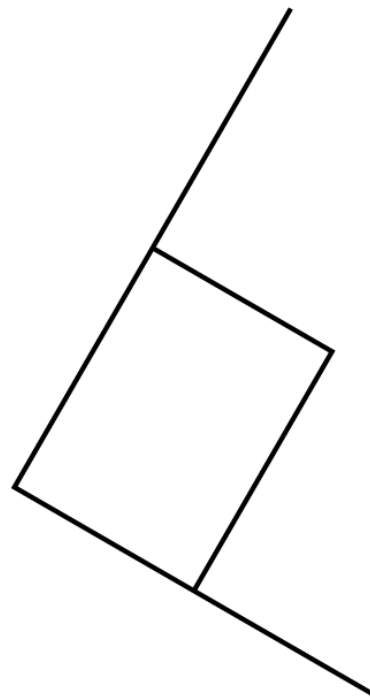
AMORCE

Instrument	Coût
Règle non graduée	1 €
Règle graduée	75 €
Équerre	5 €
Compas	50 €
Calque	250 €
Gomme	0 €

Fiche 2



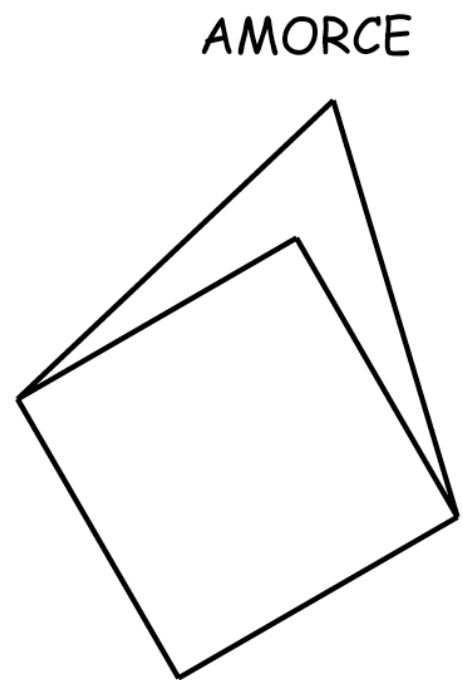
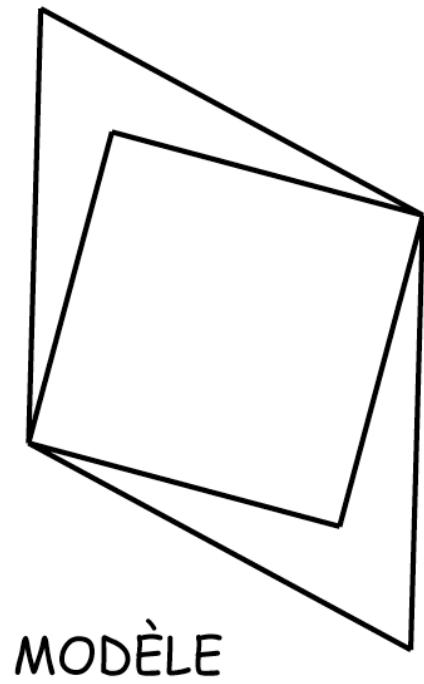
MODÈLE



AMORCE

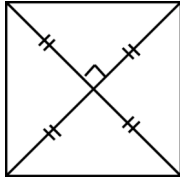
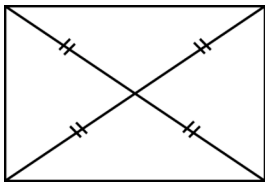
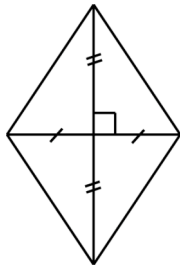
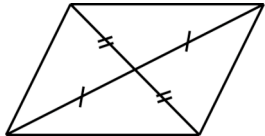
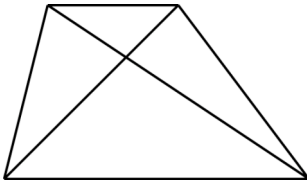
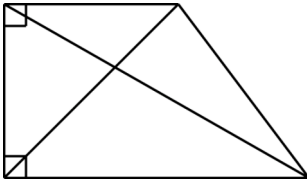
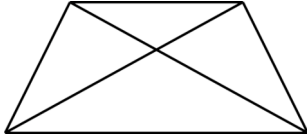
Instrument	Coût
Règle non graduée	3 €
Règle graduée	25 €
Équerre	115 €
Compas	10 €
Calque	500 €
Gomme	0 €

Fiche 3



Instrument	Coût
Règle non graduée	24 €
Règle graduée	52 €
Équerre	25 €
Compas	26 €
Calque	750 €
Gomme	0 €

Diagonales de quadrilatères particuliers

Figure	Diagonales
 <p style="text-align: center;">Le carré</p>	<ul style="list-style-type: none"> • elles sont de même longueur ; • elles se coupent en leur milieu ; • elles sont perpendiculaires.
 <p style="text-align: center;">Le rectangle</p>	<ul style="list-style-type: none"> • elles sont de même longueur ; • elles se coupent en leur milieu.
 <p style="text-align: center;">Le losange</p>	<ul style="list-style-type: none"> • elles se coupent en leur milieu ; • elles sont perpendiculaires.
 <p style="text-align: center;">Le parallélogramme</p>	<ul style="list-style-type: none"> • elles se coupent en leur milieu.
 <p style="text-align: center;">Le trapèze quelconque</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>a priori</i>, rien de particulier.
 <p style="text-align: center;">Le trapèze rectangle</p>	<ul style="list-style-type: none"> • <i>a priori</i>, rien de particulier.
 <p style="text-align: center;">Le trapèze isocèle</p>	<ul style="list-style-type: none"> • elles sont de même longueur.

Transparents pour la validation

